



دانشگاه صنعتی جندی شاپور

گروه عمران

عنوان پروژه :

آنالیز ارتعاش آزاد تیر برنولی با استفاده از

الگوریتم تربیع دیفرانسیلی

نگارنده :

سهیل محمودی

استاد راهنما :

مهندس محمد شکراللهی

تابستان ۹۳

((فهرست مطالب))

صفحه

عنوان

فصل اول : مقدمه

۱-۱	کلیات.....	۳
۲-۱	ضرورت انجام پروژه.....	۴
۳-۱	مرور کل پروژه.....	۵

فصل دوم : مرور بر ادبیات فنی

۱-۲	مروری بر تحقیقات محققین و تاریخچه روش تربیع دیفرانسیلی.....	۷
۱-۱-۲	روش تربیع دیفرانسیلی برای ارتعاشات صفحه و تحقیقات برت مالیک.....	۷
۲-۱-۲	روش تربیع دیفرانسیلی برای سازه‌های پوسته استوانه و تحقیقات هفت چناری.....	۷
۳-۱-۲	روش تربیع دیفرانسیلی برای کمانش صفحات نازک استوانه و تحقیقات وانگ.....	۸
۴-۱-۲	روش تربیع دیفرانسیلی برای سازه‌های پوسته استوانه و تحقیقات علی بیگلو.....	۹
۵-۱-۲	مسایل مقدار مرزی در روش تربیع دیفرانسیلی.....	۱۰
۲-۲	ارتعاشات آزاد میله حفاری.....	۱۳
۱-۲-۲	ارتعاشات آزاد عرضی میله حفاری در چاههای نفت.....	۱۶

فصل سوم : مواد و روش

۱-۳	روش تربیع دیفرانسیلی.....	۱۹
۱-۱-۳	نقاط دقت با استفاده از چند جمله ای چبیشف.....	۲۰

۲۰-۱-۳ نقاط دقت با استفاده از چند جمله ای لژاندر..... ۲۰

۲۰-۱-۳ نقاط دقت با استفاده از چند جمله ای لاگرانژ..... ۲۰

۲۱-۲-۳ معادلات حاکم..... ۲۱

۲۴-۳-۳ معادله بدون بعد برای ارتعاشات آزاد تیر اوپلر - برنولی..... ۲۴

۲۵-۴-۳ شرایط مرزی..... ۲۵

فصل چهارم : نتایج

۳۰-۱-۴ مقدمه..... ۳۰

۳۱-۲-۴ مقایسه روش تربیع دیفرانسیلی با حل تحلیلی برای ارتعاشات آزاد..... ۳۱

۳۱-۱-۲-۴ تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر ساده..... ۳۱

۳۲-۲-۴ تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر گیردار..... ۳۲

۳۳-۳-۲-۴ تیر با شرایط مرزی تکیه گاه یک سر ساده و یک سر گیردار..... ۳۳

فصل پنجم : جمع بندی و پیشنهاد

۳۵-۱-۵ نتیجه گیری..... ۳۵

۳۶-۲-۵ پیشنهادها..... ۳۶

فصل ششم : مراجع و منابع

۳۷-۱-۶ مراجع و منابع..... ۳۷

فصل هفتم : پیوست

۱-۷ کدهای نوشته شده توسط مطلب برای انواع تیر ۴۲

۱-۱-۷ کد تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر ساده..... ۴۲

۲-۱-۷ کد تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر گیردار..... ۴۴

۳-۱-۷ کد تیر با شرایط مرزی تکیه گاه یک سر ساده و یک سر گیردار..... ۴۶

فصل اول

مقدمه

1-1 کلیات

کاربرد علم محاسبات عددی امروزه در علوم مهندسی از قبیل مهندسی عمران به طور پرکاربرد و به منظور حل مسائل مهندسی پیچیده به کار می رود. یکی از کاربردهای گسترده علم محاسبات ، حل معادلات دیفرانسیلی است که حل تحلیلی آن ها سخت و زمان بر است. مهم ترین مزیت روش های عددی سهولت محاسبات و دقت حل بالای آن هاست. یکی از پرکاربردترین روش حل عددی معادله دیفرانسیل روش تربیع دیفرانسیلی¹ است. روش تربیع دیفرانسیلی یا همان (DQM) که یکی از روشهای جدید و نوین عددی است که

¹ DQ

به دلیل پایداری و کارایی، در زمینه های مختلف، مورد توجه محققین قرار گرفته است. روش تربیع دیفرانسیلی مشتقات یک تابع را با توجه به مختصات مورد نیاز با استفاده از نقاط گسسته با وزن های متفاوت و با استفاده از مجموع این نقاط، تقریب می زند. در این پژوهش یک روش جدید برای تحلیل شرایط مرزی ساده، گیردار برای ارتعاشات آزاد تیر با استفاده از روش تربیع دیفرانسیلی تعمیم یافته^۲ بررسی شده است.

ضرورت و هدف انجام پروژه:

در این پژوهش به تحلیل و آنالیز فرکانس های طبیعی تیر با شرایط مرزی مختلف با استفاده از روش GDQ و مقایسه فرکانس های طبیعی بدست آمده و مقایسه آن ها با دیگر روش ها پرداخته شده است. مسایل مربوط به طراحی سازه نظیر تیر ها در مهندسی عمران در حالت یک بعدی عمدتاً با استفاده از معادلات سنت و نان بررسی می شود. از آنجا که حل تحلیلی برای همه مسائل ممکن نیست، از روش های عددی برای حل این معادلات استفاده می شود. روش های سنتی منفصل سازی عددی را می توان به سه دسته (FVM) احجام

² GDQ

محدود و (FEM) عناصر محدود، (FDM) روش تفاضل محدود تقسیم کرد. بسیاری از روش های شبیه سازی عددی و مسائل مهندسی با استفاده از تفاضل محدود درجه پایین و اجزا محدود با استفاده از تعداد نقاط دقت بالا به حل مسائل می پردازند. برای دقت های قابل قبول تکنیک های درجه پایین مرسوم نیاز با استفاده از نقاط دقت بالا دارند. روش DQ در سال ۱۹۷۲ توسط بلمن [1]، ارائه شد. مزیت این روش نسبت به روش های قبلی این بود که با استفاده از نقاط دقت کمتر، شبیه سازی عددی با دقت بالا ارائه می دهد. همچنین در این روش ضرایب وزنی برای هر درجه مشتق فرض شده قابل استخراج بود. بلمن دو روش برای تعیین ضرایب وزنی مربوط به مشتق درجه اول ارائه داد. روش اول یک دستگاه معادلات جبری را حل می کرد و با استفاده از آن ضرایب را بدست می آورد. روش دوم از فرمول جبری ساده ای بهره می برد که نقاط دقت آن ریشه های چند جمله ای های لژاندر بودند. به این ترتیب پیشرفت چشمگیری در کاربرد روش دیفرانسیل کوادریچر حاصل شد و از آن به بعد در حل مسایل تحلیل سازه ها، جریان سیال و همچنین مسایل ارتعاش آزاد ورقها و میله ها با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته است. آن چه باعث گسترش این روش شد، استفاده از تعداد نقاط کمتر در انجام محاسبات و در ضمن پایداری بدون شرط و دقت نتایج می باشد. فقط برای روش DQ در بسیاری از تحقیقات گذشته روش محاسبه مشتقات مکانی استفاده شده و برای تخمین مشتقات زمانی از دیگر روشها مانند روش رانچ- کوتا برای DQ استفاده شده است. در زمینه به کارگیری روش محاسبه مشتقات در جهت زمانی نیز تحقیقاتی صورت گرفته است؛ در این راستا برای کارآمدی بیشتر میدان محاسباتی در جهت زمانی به چند قسمت تقسیم در هر قسمت به کار گرفته DQ می شود. شو و دو [3] از این روش برای حل معادلات بهره گرفتند. شو و ریچاردز [4] روش جدیدی برای یافتن ضرایب وزنی در سال ۱۹۹۱ یافتند. این روش که GDQ نام داشت ضرایب وزنی را با استفاده از چند جمله ای های درجه بالا تقریب می زد و به همین دلیل با استفاده از نقاط دقت کمتر دقت قابل قبولی داشت.

این قسمت به بررسی مطالعات و ادبیات فنی مبحث مذکور می‌پردازد و از جنبه‌های مختلف پژوهش‌های انجام گرفته را پوشش می‌دهد. سپس توضیحی عمومی درباره روش تربیع دیفرانسیلی داده شده و معادلات آن مختصراً ذکر می‌گردد تا مقدمه‌ای شود برای فصل سوم که مربوط به مواد و روش و توضیحات اصلی این ایده می‌باشد.

فصل دوم

مرور ادبیات فنی

۱-۲ مرور بر تحقیقات محققین و تاریخچه روش تربیع دیفرانسیلی

۱-۱-۲ روش تربیع دیفرانسیلی برای ارتعاشات صفحه و تحقیقات برت مالیک

از قدیمی‌ترین مطالعات می‌توان به برت و مالیک [5]، اشاره کرد که روش تربیع دیفرانسیلی را برای ارتعاشات صفحه را بکاربردند و نتایج مناسب آن را تشریح کردند و برای سازه‌های کامپوزیتی و تحلیل و بررسی این سازه‌ها،

چنین روشی را قدرتمند توصیف کرده و آنرا به مهندسان و پژوهشگران علوم کاربردی، پیش‌نهاد دادند. آن‌ها بطور مشخص از این روش به عنوان روشی مناسب برای حل مسائل مقادیر مرزی نام بردند.

۲-۱-۲ روش تربیع دیفرانسیلی برای سازه‌های پوسته استوانه و تحقیقات هفت چناری

هفت‌چناری و همکاران [6]، مطالعه ای سازه‌های روی پوسته‌های استوانه‌ای انجام دادند. آن‌ها در مطالعه خود از روش تربیع دیفرانسیلی استفاده کردند. پژوهش آن‌ها شامل ارتعاشات آزاد پوسته‌های استوانه‌ای و تحلیل آن با در نظر گرفتن شرایط مرزی متفاوت بود. کارایی و آسانی روش تربیع دیفرانسیلی در مطالعات آن‌ها به صراحت ارائه شد. به طور کلی از شکل و ضخامت ورق به عنوان دو پارامتر اساسی در طراحی‌های مهندسی یاد می‌شود و بر همین اساس نیز تئوری‌های مختلف در زمینه تحلیل مسائل مرتبط با آن بنا نهاده شده است. در تحقیقی ورق نازک با خیز کم مورد تحلیل قرار گرفته‌است که در اینجا به اختصار به آن می‌پردازیم. معمولاً ورق‌های نازک به ورق‌هایی اطلاق می‌شود که نسبت ضخامت آن‌ها به ضلع کوچکتر کمتر از 1 به 20 باشد. در میان انواع بارگذاری‌های مختلفی که بر روی ورق‌های کامپوزیتی اعمال می‌گردد، بارهای فشاری صفحه‌ای از اهمیت بسیار زیادی بر خوردار بوده و سازه را مظنون به وقوع پدیده کمانشی می‌کند.

۲-۱-۳ روش تربیع دیفرانسیلی برای کمانش صفحات نازک مستطیلی و تحقیقات وانگ

وانگ و همکاران [7]، کمانش صفحات نازک مستطیلی با توزیع غیرخطی بارها را با روش تربیع دیفرانسیلی (DQ) را بررسی کردند. نه حالت متفاوت از شرایط مرزی و b/h های متفاوت در نظر گرفته شد و نتایج حاصله با نتایج بدست آمده از روش المان محدود مقایسه شد. در بعضی موارد اختلافاتی وجود داشت که نویسندگان احتمالاتی

مطرح کرده و آنها را در مقاله شرح دادند. پیچیدگی مسئله خود را اینگونه بیان کردند که ابتدا نیاز است تا مسئله الاستیسیته نیز حل شود تا توزیع تنش ها حاصل گردد و سپس به سراغ مسئله کمانش بروند. کمانش ورق های کامپوزیت لایه ای تحت بارگذاری نامی، عمدتاً تراکم تک محوری / دو محوری یکنواخت و وابستگی آن به پارامترهای لایه ای، زاویه الیاف و مواردی از این دست، به خوبی مشخص شده است. در طول حیات سازه های ورقی شکل، فرض شرایط بارگذاری برای المان ورق تحت تراکم جزیی، به طوری که نیرو در آن از یک لبه تحت بار به لبه دیگر به طور خطی تغییر کند، دور از ذهن نبوده است. به طور کلی تعیین بارهای کمانشی ورق نقش وصف ناپذیری در طراحی ورق داشته و معمولاً طراحان از این بار به عنوان حد مجاز بارفشاری استفاده می کنند. امروزه حل عددی سیستم معادلات، امکان تحلیل دقیق تر را با درنظر گرفتن تمام و یا قسمتی از داده ها فراهم می سازد. با فرموله برای یک مشتق، مشابه با بسط مربع قاعده مربع سازی برای انتگرال ها، نخستین جرقه های ایجاد روش به عنوان یک تکنیک جدید در مربعات دیفرانسیلی حل عددی مسائل مقدار اولیه معادلات با مشتقات جزئی و معمولی زده شد. امروزه روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته، به عنوان یکی از روش های حل معادلات دیفرانسیل شناخته می شود. هدف در مطالعه مذکور، تحلیل کمانش ورق های کامپوزیتی متقارن مستطیلی ارتوتروپیک و غیر ایزوتروپیک به روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم تحت بارگذاری مورد نظر، شرایط تکیه (GDQM) یافته گاهی گیردار و ساده با تعداد لایه ها و زاویه های مختلف الیاف در آن می باشد.

۲-۴ روش تربیع دیفرانسیلی برای سازه های پوسته استوانه و تحقیقات علی بیگلو

علی بیگلو و نوری [15]، نیز تحلیل پوسته استوانه ای را در دستور کار خود قرار دادند اما اشاره کردند که مقاله آنها تحلیل استاتیکی را پوشش می دهد. این در حالیست که هفت چناری و همکاران [6]، تحلیلی دینامیکی ارائه داده بودند. این یکی از تفاوت های اصلی پژوهش آنها در مقایسه با پژوهش قبلی مشابه بود. هرچند تفاوت های

دیگری در جزئیات نیز مشاهده می‌شد. آن‌ها تصریح کردند روش تربیع دیفرانسیلی برای تحلیل سازه‌هایی که از نظر مقاومت مصالح، چند لایه متفاوت دارند، کارا و دقیق است.

اولین مطالعات وسیع در زمینه تحلیل کمانش ورق‌ها توسط پری [8] در مورد ورق‌های بیضوی و حل مسئله غیر خطی استاتیکی آن صورت گرفت. همچنین نش و کولی [9] از روش اغتشاشات جهت حل مسئله استفاده نمودند. تیموشنکو و گیر [10] در کتاب خود اطلاعات زیادی در مورد کمانش اشکال گوناگون ورق‌ها ارائه دادند. بلمن و کاستی [1] در سال ۱۹۷۱، روش مربعات دیفرانسیلی را به عنوان یک تکنیک جدید برای حل عددی مسائل مقدار اولیه در معادلات دیفرانسیلی معمولی و پاره‌ای، مطرح کردند. هدف آن‌ها ارائه یک راه حل جدید برای فائق شدن بر مشکلات پایداری و حجم محاسبات مسائل عددی بود. در کنار بلمن، مینگل [11] در مورد مطالعه مسأله پخش گذاری غیر خطی و تک بعدی به کار گرفته شد. نکته قابل تأمل در کار مینگل، یکپارچه سازی شرایط مرزی در ضرایب وزنی مربوط به مشتق‌های اول و دوم می باشد.

۲-۱-۵ مسایل مقدار مرزی در روش تربیع دیفرانسیلی

سیوان و اسلیپسویچ [12] برای اولین بار مسایل مقدار مرزی در حالت تک بعدی غیر خطی و دو بعدی خطی را با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تحلیل نمودند به دنبال مقالات فوق، روش مربعات دیفرانسیلی برای حل خمش غیر خطی ورق‌های دایره‌ای تحت فشار یکنواخت و بار نقطه‌ای در مرکز، توسط استریز و همکاران [13] به کار گرفته شد. تشریح دقت و همگرایی روش مربعات دیفرانسیلی در حل طیف وسیعی از معادلات

دیفرانسیلی با ضرایب متغیر وابسته به مسایل پایداری تیرها و صفحات، توسط شربورن و پاندی [14] صورت گرفت. کمانش صفحات ایزوتروپ با ضخامت متغیر تحت بار فشاری تک محوری و کمانش تیر تحت ممان خمشی در این مطالعه بررسی شده است. آن ها در تحلیل خود از تعداد متفاوتی نقاط دقت استفاده نمودند. شو و همکاران [15] طی تحقیقات خود کاربرد روش مربعات دیفرانسیلی را در حیطه حل مسائل سیالات و جامدات نشان دادند. در تحقیقی نوین کمانش ورق ارتوتروپیک و غیر ایزوتروپیک مستطیلی تحت شرایط مختلفی از بارگذاری تک محوره و دو محوره فشاری با توزیع غیر یکنواخت با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته مورد بررسی قرار گرفت.

از یک منظر، روش های عددی را باید بخشی از ریاضیات مهندسی دانست که در آن حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر پدیده های فیزیکی از طریق بکارگیری انواع مختلفی از تقریب های ریاضی به حل دستگاه معادلات جبری تبدیل می شود. یکی از مهمترین این روش ها، روش تفاضل محدود (FDM) است که معادلات دیفرانسیل را بر اساس گسسته سازی توابع پیوسته بسط سری تیلر تقریب می زند. برای بالا بردن دقت نتایج FDM در بعضی از مسائل همانند تراوش در زیر سپرها باید از شبکه های بسیار ریز استفاده نمود و به تبع آن حجم محاسبات افزایش پیدا می نماید. لذا روش Differential Quadrature به عنوان گزینه نوینی در نظر گرفته شده و در پژوهشی، متناسب با نوع فرآیند توسعه داده شده است. در روش DQ به دلیل دارا بودن مرتبه بالاتر نسبت به روش FDM دقت بیشتری را دارا بوده و بکارگیری این روش برای شبکه های بزرگتر می تواند موجب افزایش سرعت حل بدون کاهش دقت گردد.

در پژوهشی دیگر، بر اساس تئوری بهینه تنش کوپل، به منظور بررسی و تحلیل ارتعاشات آزاد و پایداری نانو پوسته استوانه ای دو جداره حامل سیال جاری و احاطه شده بوسیله بستر الاستیکی، یک مدل جدید معرفی می گردد که قادر است اثرات اندازه مربوط به ساختار پوسته استوانه ای در مقیاس نانو را در نظر بگیرد. در ادامه با کمک اصل همیلتون معادلات حرکت و شرایط مرزی مربوط به پوسته استوانه ای حامل سیال جاری و احاطه شده

بوسیله بستر الاستیکی استخراج می شود. معادلات جدید حاکم بر دینامیک مسئله تنها شامل یک پارامتر مقیاس طول ماده می باشد که می تواند اثرات اندازه را در مقیاس نانو در نظر بگیرد. در این مدل می توان با صفر کردن پارامتر مقیاس طول ماده، به مدل کلاسیک برای پوسته استوانه ای مذکور رسید. با استفاده از روش مربعات دیفرانسیلی برای نانو پوسته استوانه ای دو جداره مورد نظر با تکیهگاه ساده، اثرات سیال داخلی جاری، پارامتر مقیاس طول ماده، نسبت طول به شعاع خارجی پوسته استوانه ای، بستر الاستیکی، شرایط مرزی و نسبت پواسون بر فرکانس طبیعی و محدوده پایداری مورد بررسی قرار میگیرد. مشاهده می شود که فرکانس طبیعی و سرعت بحرانی سیال جاری پیش بینی شده با مدل جدید، به شدت وابسته به اندازه ی پوسته در مقیاس نانو می باشد و همچنین سیال داخل پوسته کمک به کاهش شدید فرکانس طبیعی سیستم میکند. اثر پارامتر الاستیکی مربوط به بستر الاستیکی احاطه کننده ی پوسته استوانه ای بر فرکانس طبیعی آن مشخص میکند که با افزایش این پارامتر فرکانس طبیعی نوسانات افزایش می یابد. به منظور بررسی تاثیر شرایط مرزی بر فرکانس طبیعی و سرعت بحرانی سیال، دو شرط مرزی تکیه گاه ساده و گیردار با یکدیگر مقایسه و مشاهده می شود که تکیهگاه گیردار محدوده پایداری بزرگتری نسبت به تکیه گاه ساده پیش بینی می کند.

در این مقاله معادلات دینامیکی حاکم بر نانو لوله کربنی دو جداره و حامل سیال جاری و احاطه شده با بستر الاستیکی براساس تئوری بهینه تنش کوپل و مدل پوسته بدست آمد و با کمک روش مربعات دیفرانسیلی اثرات سیال داخلی جاری، پارامتر مقیاس طول ماده، نسبت طول به شعاع خارجی پوسته استوانه ای دو جداره، پارامتر بستر الاستیکی، شرایط مرزی و نسبت پواسون بر فرکانس طبیعی مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که سیال داخل پوسته کمک به کاهش شدید فرکانس طبیعی میکند. به طوریکه با افزایش سرعت سیال تا سرعت بحرانی، فرکانس طبیعی رفته رفته کاهش یافته تا به صفر می رسد. همچنین نشان داده شد رفتار دینامیکی پوسته استوانه ای به شدت وابسته به اندازه است به طوریکه فرکانس طبیعی و سرعت بحرانی سیال به شدت تحت تاثیر می باشد. برای یک سرعت معلوم نشان داده شد که با افزایش نسبت L/R فرکانس طبیعی افزایش می یابد پارامتر

مقیاس طول ماده به طوریکه با افزایش این نسبت می توان برای محدوده بیشتری از سرعت سیال، پایداری بیشتری پیش بینی کرد. با بررسی اثر پارامتر الاستیکی بر فرکانس طبیعی سه مود اول مشاهده شد که با در نظر گرفتن بستر الاستیکی می توان فرکانس طبیعی و سرعت بحرانی را افزایش داد و در نتیجه محدوده پایداری را افزایش داد. در ادامه برای بررسی اثر شرایط مرزی بر فرکانس طبیعی پوسته و سرعت بحرانی سیال، دو تکیه گاه ساده و گیردار در دو انتها با یکدیگر مقایسه شدند و مشاهده شد که تکیه گاه گیردار محدوده پایداری بزرگتری را نسبت به تکیه گاه ساده پیش بینی میکند. و در نهایت هم نشان داده شد نسبت پواسون برای یک مقدار مشخص از نسبت موجب کاهش فرکانس طبیعی می شود. امید است این پژوهش بتواند به تشخیص رفتار دینامیکی نانو لوله های حامل سیال و یا $L/R2$ طراحی دستگاههای میکروفلوئیدی و نانو فلوئیدی در طیف وسیعی از کاربردها کمک کند.

۲-۲ ارتعاشات آزاد میله حفاری

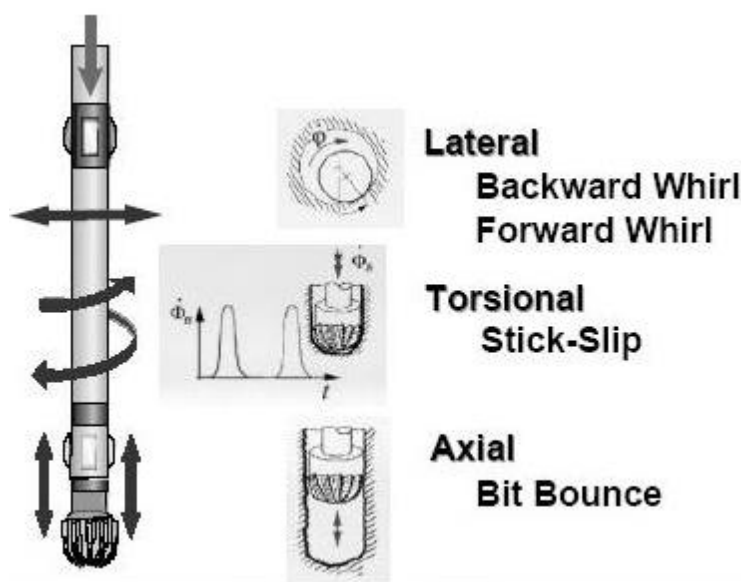
رشته حفاری تحت تأثیر انواع مختلفی از نیروهای دینامیکی قرار دارد. که این نیروها باعث به وجود آمدن ارتعاشات رشته می گردند. ارتعاشات نقش مهمی را در صنعت حفاری بازی کرده، به گونه ای که تقریباً بین 2 تا 10 درصد هزینه های حفاری شامل مشکلاتی است که ناشی از ارتعاشات می باشد. ارتعاشات رشته حفاری را می توان به سه نوع محوری، پیچشی و عرضی تقسیم نمود. شکل (۱) هر کدام از انواع ارتعاشات ذکر شده آسیب هایی را در رشته حفاری به وجود می آورند که در این میان می توان به شوییدگی و بریدن اشاره نمود.

ارتعاشات عرضی در نزدیک مته و در قسمت لوله های وزنه ایجاد می گردند، اما مانند ارتعاشات محوری و پیچشی سریعاً به سطح منتقل نمی شوند. علت این موضوع تفاوت در سرعت انتشار این امواج به سمت سطح و میرایی ارتعاشات عرضی می باشد. به این دلیل ارتعاشات عرضی معمولاً در بالای رشته حفاری دیده نمی شوند. یکی از مشکلاتی که به علت ارتعاشات رشته حفاری ایجاد می شود، خرابی ابزارهای اندازه گیری درونچاهی میباشد. این وسایل عموماً در نزدیکی مته و در حد فاصل بین دو پایدارکننده قرار میگیرند. ارتعاشات عرضی باعث برخورد مداوم رشته با دیواره چاه و وارد آمدن گشتاورهای خمشی به دستگاههای اندازه

گیری شده، انهدام آن وسایل را بدنبال دارد. مجموعه این مسائل باعث بروز مشکلات زیاد از جمله کند شدن عملیات حفاری و گاه از دست رفتن چاه میشود. برای غلبه بر مشکلات فوق، شناخت انواع ارتعاشات رشته حفاری و عوامل به وجود آورنده آنها و نیز ارائه مدل های مناسب در راستای جلوگیری از اثرات مخرب چنین ارتعاشاتی حائز اهمیت است. برای مثال تعیین فرکانس های طبیعی رشته حفاری و اجتناب از تحریک آنها به عنوان راهکاری مناسب و کم هزینه در کاهش ارتعاشات رشته حفاری مطرح میباشد.

اولین مطالعات در مورد ارتعاشات رشته حفاری انجام شده است. Baily و Finnie [16-17] توسط روش ترسیمی را بر پایه سعی و خطا برای محاسبه فرکانسهای طبیعی رشته حفاری ارائه نمودند. حرکت و نوسان رشته حفاری درون چاه و در حضور سیال گل حفاری، باعث وارد آمدن نیرویی از جانب گل حفاری به بدنه رشته می گردد. این پدیده به صورت جرم اضافه ناشی از گل حفاری مدل شده و باعث افزایش جرم و میرایی در سیستم حفاری می گردد. چن و همکاران [18] نمودارهایی بر حسب سرعت دوران و شرایط فیزیکی سیال ارائه نمودند. نمودارهای آنها از حل تحلیلی معادلات ناویر - استوکس و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی حاصل شد. تحلیل مودال را برای ارتعاشات محوری و Khan [19] ارتعاشات پیچشی رشته حفاری با استفاده از روش اختلاف محدود انجام داد. وی از معادله موج طولی و پیچشی با صرفنظر از اثرات جرم اضافه، میرایی ناشی از گل حفاری، زاویه چاه و معادلات Ray [20] تماس رشته با دیواره استفاده نمود در فاصله بین مته و BHA

دیفرانسیل ارتعاشات عرضی پایدارکننده ها را استخراج نمود. فرض او در استخراج این معادلات زاویه دار بودن چاه و عدم انطباق مرکز جرم لوله ها با محور چاه بوده است. وی با حل این معادلات بوسیله روش عددی تفاضل محدود به بررسی اثرات گشتاور و وزن بر BHA وارد بر مته، میرایی گل حفاری و زاویه قرارگیری نیروهای وارد بر مته و پایدارکننده ها پرداخته است. در بعضی از مدل ها به علت انحناء اولیه رشته، ارتعاشات عرضی بصورت کوپل با ارتعاشات محوری در نظر گرفته شده است. وجود این انحناء و کوپل بین ارتعاشات محوری می شود. BHA و عرضی سبب ایجاد حرکت لنگ زدن در به بررسی پدیده لنگ زدن و مطالعه کوپل خطی [21] Shyu بین ارتعاشات عرضی و محوری در رشته حفاری پرداخت. وی با حل معادلات کوپل توسط روش تفاضل محدود و با در نظر گرفتن اثر جرم اضافه و میرایی ناشی از گل حفاری، تأثیر وزن و گشتاور وارد بر مته را روی فرکانس های طبیعی عرضی بررسی نموده و این اثرات را ناچیز دانسته است.



شکل ۱- انواع ارتعاشات رشته حفاری

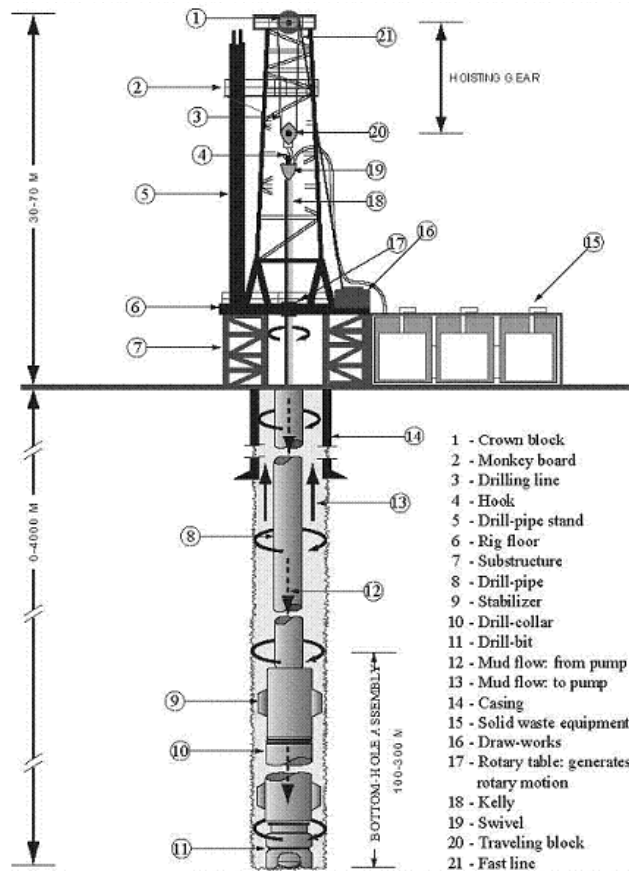
در مقایسه با روش های عددی اجزاء محدود و روش (DQM) تفاضل محدود، روش تربیع دیفرانسیلی جدیدتری برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل می باشد. و همچنین DQM به علت سادگی الگوریتم به کار رفته در دقت بالای آن، کاربرد این روش در حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستمهای مهندسی روز به روز

افزون می‌گردد [12-13]. تا آنجا که نویسندگان این تحقیق اطلاع دارند تا بر روی ارتعاشات DQM کنون پژوهشی در زمینه کاربرد رشته حفاری انجام نشده است. لذا در این تحقیق با ارتعاشات رشته حفاری مورد بررسی، DQM استفاده از قرار می‌گیرد.

۲-۲-۱ ارتعاشات آزاد عرضی میله حفاری در چاههای نفت

برای استخراج نفت و گاز از لایه‌های زمین روشهای گوناگونی وجود دارد که معمولترین آنها شیوه چرخشی میباشد. در این روش سوراخی به کمک مته حفاری در لایه های زمین ایجاد می گردد. مته ها با توجه به سازند حفاری دارای انواع مختلفی می باشند. انرژی لازم جهت حرکت مته بوسیله یک موتور از روی سطح زمین تأمین می شود. این موتور، میز دوار را می چرخاند. واسطه انتقال انرژی و گشتاور ایجاد شده از روی سطح به مته، رشته حفاری نامیده می شود که طول آن گاه به چندین کیلومتر نیز می رسد. شکل (2) نمایی از یک دکل حفاری را نشان می دهد. رشته حفاری شامل لوله های حفاری و وزنه، پایدارکننده ها و اتصالات می باشد. قسمت قابل توجهی از رشته حفاری شامل لوله های حفاری است، که هرکدام دارای طولی در حدود (9 متر 30) فوت بوده و به وسیله اتصالات رزوه ای بهم متصل می شوند. پایین ترین نامیده شده که عمده‌تاً از BHA قسمت رشته حفاری لوله های ضخیمی به نام لوله های وزنه تشکیل شده و ضخامتی در حدود الی (125 میلی متر 2) الی 5 اینچ دارند. کل مجموعه رشته حفاری بوسیله یک سیستم بالابرنده که بر روی دکل حفاری قرار دارد به سمت بالا کشیده می شود. این سیستم شامل قلاب و ابزارهای بالابر می باشد. نیروی

کششی این اطمینان را ایجاد می کند که لوله های حفاری در حالت کشش باقی مانده و از کمانش آنها تحت اثر وزن خود و نیروهای وارده از جانب مته جلوگیری میکند. در زمانی که لوله های حفاری در حالت BHA کشش هستند قسمت اعظمی از به صورت محوری ، BHA قرار دارد. ترکیب بارهای وارده ب و پیچشی می تواند سبب کمانش آن شود. این مشکل توسط به کارگیری لوله های ضخیم وزنه و پایدارکننده ها مرتفع می شود. وظیفه اصلی پایدارکننده ها جلوگیری از حرکت جانبی رشته حفاری و قرار دادن رشته در مرکز حفره می باشد. این پایدارکننده ها در فواصل مناسبی بین لوله های وزنه و در بالای مته نصب می شوند. گشتاور وارد بر مته از میز چرخان و از طریق رشته حفاری به مته منتقل می شود. از دیگر پارامترهای موثر بر حفاری، وزن وارد بر مته می باشد. به وسیله کنترل این دو پارامتر اصلی، میزان نفوذ مته و سرعت حفاری کنترل می گردد. از گل حفاری جهت تسهیل عملیات حفاری استفاده می شود. این سیال توسط یک پمپ درون لوله های حفاری فرستاده شده، که پس از عبور از نازل های درون مته، از فاصله بین رشته حفاری و دیواره چاه رو به بالا حرکت نموده و به سمت سطح هدایت می شود. نقش این ماده روانکاری، خنک کنندگی و انتقال کننده ها به سطح می باشد.



شکل ۲-نمایی از دکل حفاری

در صورت بروز ترک و گسترش آن در رشته و یا عبور گل حفاری از میان اتصالات رزوه ای لوله ها، فشار ناشی از سیال حفاری مجرای را در بدنه لوله و یا رزوه های اتصالات ایجاد نموده، که این امر منجر به از کار افتادگی لوله شده و شوییدگی نام دارد. در صورت ادامه این روند، رشد ترک باعث بریدن کامل رشته حفاری شده که هزینه های سنگینی را بدنبال دارد.

فصل سوم

مواد و روش

۱-۳ روش تربیع دیفرانسیلی DQ

روش تربیع دیفرانسیلی براساس روش عددی گوس برای محاسبه مشتق یک تابع که در تعداد محدودی از نقاط دامنه تابع مقدار آن معلوم است، انجام گرفته تقریبی برای تبدیل مشتقات یک تابع است. در DQM نقطه ای واقع

بر دامنه آن، بصورت ترکیب خطی از مقادیر تابع در تعدادی از نقاط درون دامنه تابع می باشد. این تعریف بار اول توسط Bellman تعریف شد [2]. برای نشان دادن شکل ریاضی DQM، تابع $F(x)$ روی بازه $[a, b]$ را در نظر بگیرید. مشتق مرتبه N ام تابع $F(x)$ ، در نقطه x_i به شکل زیر تعریف می شود:

$$\frac{d^n F(x_i)}{dx^n} = \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(n)} F(x_j) \quad i = 1, \dots, N$$

در رابطه فوق x_j نقاط دقت و $C_{ij}^{(n)}$ ضرایب وزنی مشتق درجه n ام می باشد. ضرایب وزنی را به کمک توابع تست لاگرانژ به صورت زیر محاسبه نمود:

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{\prod(x_i)}{(x_i - x_j) \prod(x_j)} \quad i, j = 1, \dots, N, \quad i \neq j$$

$$C_{ij}^{(r)} = r \left[C_{ii}^{(r-1)} \cdot C_{ij}^{(1)} - \frac{C_{ij}^{(r-1)}}{x_i - x_j} \right], \quad 2 \leq r \leq N-1$$

$$C_{ii}^{(m)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N C_{ij}^{(m)} \quad m = 1, \dots, N-1$$

در جاییکه :

$$\prod(x_i) = \prod_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j)$$

انتخاب نقاط دقت در همگرایی و دقت این روش بسیار موثر است.

۳-۱-۱ نقاط دقت با استفاده از چند جمله ای چبیشف

$$x_i = a + \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{(2i-1)\pi}{2N} \right) \right] (b-a)$$

$$x_1 = a, \quad x_N = b, \quad i = 2, 3, \dots, N-1$$

۳-۱-۲ نقاط دقت با استفاده از چند جمله ای لژاندر

$$x_i = a + \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{(2i-3)\pi}{2N-4} \right) \right] (b-a)$$

$$x_1 = a, \quad x_N = b, \quad i = 2, 3, \dots, N-1$$

۳-۱-۳ نقاط دقت با استفاده از چند جمله ای لاگرانژ

$$x_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{(i-1)\pi}{N-1} \right) \right] (b-a) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

۳-۲ معادلات حاکم

تربیع دیفرانسیلی DQ برای N گره مراتب مشتق معادله را تا دجه N-1 بدست می‌آورد. روابط بر پایه چند جمله ای یا بر پایه سری فوریه قابل محاسبه است. در این بخش به محاسبه بر پایه چند جمله ای پرداخته و تا

حدودی در این رابطه به تشریح مبحث اقدام می‌گردد. برای محاسبه نیاز به تابع تست است که شو اثبات کرده است که تابع تست لاگرانژ بهترین همگرایی را دارا است و مقدار مشتق برای تابع Wx در گره λ_m ، از مجموع خطی وزنی مقادیر تابع در گره های دیگر بدست می‌آید. هم چنین مشتق مرحله \ln ام، بطور مشابه قابل محاسبه است.

$$\frac{dw(x_i)}{dx} = \sum_{j=1}^N c_{ij}^{(1)} w(x_j),$$

$$\frac{d^2 w(x_i)}{dx^2} = \sum_{j=1}^N c_{ij}^{(2)} w(x_j),$$

که در آن N تعداد گره های دامنه، $C_{ij}^{(1)}$ ، ضرائب وزنی برای مشتق مرحله اول، $C_{ij}^{(n)}$ ، ضرائب وزنی برای مشتق مرحله \ln ام و Wx_j مقادیر تابع در گره های x_j است. ضرائب وزنی برای مشتق مرتبه اول و مشتق مرتبه \ln ام از طریق استقرا بدست می‌آید.

$$c_{ij}^{(1)} = \frac{R^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_j)R^{(1)}(x_j)} \quad \text{for } i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N,$$

$$c_{ij}^{(n)} = n(c_{ii}^{(n-1)} c_{ij}^{(1)} - \frac{c_{ij}^{(n-1)}}{x_i - x_j}) \quad \text{for } i \neq j, \quad n = 2, 3, \dots, N-1, \quad i, j = 1, 2, \dots, N,$$

$$c_{ii}^{(n)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij}^{(n)} \quad \text{for } n = 1, 2, \dots, N-1, \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

همچنین داریم:

$$R(x) = (x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_N),$$

$$R^{(1)}(x_k) = \prod_{j=1, j \neq k}^N (x_k - x_j).$$

$X_1 \dots X_n$ مختصات نقاط گره ای هستند که ممکن است بصورت دلخواه انتخاب شوند. واضح است که ضریب وزنی مشتق مرتبه دوم و مراتب بالاتر از روی ضریب وزنی مشتق مرتبه اول قابل محاسبه است. در حالت‌های

چند بعدی ثابت شده است که در هر راستا می توان روابط را جداگانه و مشاب روابط یک بعدی محاسبه کرد. در این جا بسط روابط در دو بعد زمان و مکان و در مختصات قطبی ارائه شده است:

$$\frac{d^n w(\varphi_i, t_j)}{d\varphi^n} = \sum_{k=1}^N c_{ik}^{(n)} \cdot w(\varphi_k, t_j) \quad \text{for } i=1,2,\dots,N, \quad j=1,2,\dots,M,$$

$$\frac{d^m w(\varphi_i, t_j)}{dt^m} = \sum_{k=1}^M \bar{c}_{jk}^{(m)} \cdot w(\varphi_i, t_k) \quad \text{for } i=1,2,\dots,N, \quad j=1,2,\dots,M,$$

ضرائب وزنی برای مشتق مرتبه اول در راستای Ψ ، مشتق رتبه اول در بستر t ، مشتق مرتبه n ام در راستای Ψ و مشتق مرتبه m ام در بستر t بدست می آید.

$$c_{ij}^{(1)} = \frac{R^{(1)}(\varphi_i)}{(\varphi_i - \varphi_j)R^{(1)}(\varphi_j)} \quad \text{for } i \neq j, \quad i, j=1,2,\dots,N,$$

$$c_{ij}^{(n)} = n(c_{ii}^{(n-1)}c_{ij}^{(1)} - \frac{c_{ij}^{(n-1)}}{\varphi_i - \varphi_j}) \quad \text{for } i \neq j, \quad n=2,3,\dots,N-1, \quad i, j=1,2,\dots,N,$$

$$c_{ii}^{(n)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij}^{(n)} \quad \text{for } n=1,2,\dots,N-1, \quad i=1,2,\dots,N,$$

$$\bar{c}_{ij}^{(1)} = \frac{Q^{(1)}(t_i)}{(t_i - t_j)Q^{(1)}(t_j)} \quad \text{for } i \neq j, \quad i, j=1,2,\dots,M,$$

$$\bar{c}_{ij}^{(m)} = m(\bar{c}_{ii}^{(m-1)}\bar{c}_{ij}^{(1)} - \frac{\bar{c}_{ij}^{(m-1)}}{t_i - t_j}) \quad \text{for } i \neq j, \quad m=2,3,\dots,M-1, \quad i, j=1,2,\dots,M,$$

$$\bar{c}_{ii}^{(m)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^M \bar{c}_{ij}^{(m)} \quad \text{for } m=1,2,\dots,M-1, \quad i=1,2,\dots,M,$$

بطوریکه:

$$R^{(1)}(\varphi_k) = \prod_{j=1, j \neq k}^N (\varphi_k - \varphi_j),$$

$$Q^{(1)}(t_k) = \prod_{j=1, j \neq k}^M (t_k - t_j).$$

Ψ_i مختصات گره i ام است که می‌تواند بصورت دلخواه، در طول مسیر Ψ انتخاب شود. t_j لحظه j ام است که در بستر زمان t انتخاب می‌شود.

۳-۳ معادله بدون بعد برای ارتعاشات آزاد تیر اوایلر - برنولی

معادلات بی بعد بدست آمده برای ارتعاشات آزاد تیر اوایلر-برنولی با سطح مقطع متغیر به فرم زیر هستند:

$$s(X) \cdot \frac{d^4 W}{dX^4} + 2 \frac{ds(X)}{dX} \cdot \frac{d^3 W}{dX^3} + \frac{d^2 s(X)}{dX^2} \cdot \frac{d^2 W}{dX^2} - \Omega^2 \cdot W = 0$$

در جائیکه داریم:

$$s(X) = \frac{EI}{EI_0}, \Omega^2 = \frac{\rho AL^4}{EI_0} \omega^2, X = \frac{x}{L},$$

در معادله‌ت بالا EI صلبیت خمشی تیر بوده ، PA جرم واحد طول ، L طول تیر و ω فرکانس طبیعی تیر می باشد. برای تیری که سطح مقطع آن متغیر است ، EI و A تابع مختصه x می باشند. برای حل معادله بالا نیاز به شرایط مرزی داریم که دو تا در $x=0$ و دو تای دیگر در $x=l$ هستند.

حال به توضیحات عمومی درباره شرایط مرزی و نگرش‌های موجود در رابطه حل مسائل مقادیر مرزی پرداخته می‌شود و سپس تعریف کامل DQM و معادلات حاکم بر ارتعاش میله در دستور کار قرار می‌گیرد. سپس روند گسسته سازی با استفاده از DQ تشریح شده و توضیحات مربوط به تبدیل معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری به وسیله DQ توضیح اعمال شرایط مرزی تیر (یک‌سر گیردار - یک سر ساده) و (دو سرگیر دار) و (دو سر ساده) به تفصیل بیان می‌شود.

۳-۴ شرایط مرزی

تمامی مسائل مقدار مرزی، دارای تعدادی از شرایط مرزی هستند که باید این شرایط ارضا گردند. وقتی که فقط یک شرط مرزی در یک نقطه مرزی وجود داشته باشد در حل مسائل مشکلی ایجاد نمی‌گردد اما اگر بیش از یک شرط مرزی در هر نقطه وجود داشته باشد، چهار روش کلی در این قسمت برای رفع این مشکل و پیشبرد مسئله ارائه می‌گردد. روش اول به تکنیک سیگما ∂ مشهور است که اولین بار توسط برت و همکاران مورد استفاده قرار گرفت که شرایط مرزی را در نقاط مرزی محدود کرده و شرایط مرزی را در نقاط سیگما ∂ بدست آورده که سیگما ∂ فاصله بسیار کمی از مرز است. پس بنابراین این روش به خوبی نمیتواند شرایط مرزی را دقیقاً در نقاط مرزی ارضا کند. دقت روش بستگی به انتخاب مناسب ∂ دارد. اگر مقدار سیگما به اندازه کافی

کوچک باشد، این روش نتایج خوبی در بعضی حالات تولید می‌نماید. از طرفی مقادیر بسیار کوچک سیگما باعث تولید ماتریس‌های مشکل دار شده که اصطلاحاً به آن‌ها ماتریس‌های با شرایط مرزی^۳ می‌گویند.

روش دوم توسط وانگ و برت ارائه شده که می‌تواند به عنوان ماتریس ضرائب وزنی اصلاح شده (MWCМ) از آن نام برد. این روش به اعمال شرایط مرزی به ماتریس وزنی اصلاح شده بستگی داشته و گاهی جواب‌های دقیقی ارائه داده و گاهی خروجی آن به جواب نمی‌رسد.

روش سوم توسط شو و دو ارائه گردید و به نام جایگزینی شرایط مرزی درون معادلات حاکم (SBCGE) نامیده شده است. این روش شرایط مرزی را مستقیماً درون معادلات حاکم جایگزین می‌کند. این روش بطور کلی دقیق و مناسب بوده و جواب‌های خوبی ارائه می‌دند و بهره‌گیری از آن در حل مسائل موفقیت آمیز بوده است. اما بسیار وقت گیر بوده و رسیدن به ماتریس‌های اصلاح شده آن مستلزم صرف زمان و البته تلاش بسیار زیاد است.

در این پژوهش معادلات حاکم به روش عددی GDQ حل شده و مقادیر بدست آمده با مقادیر روش‌های گفته شده مقایسه می‌گردد.

به طور مثال برای دو نوع تکیه گاه معول ساده و گیر دار داریم :

تکیه گاه ساده :

$$W = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = 0$$

³ -ill-conditioned

تکیه گاه گیردار:

$$W = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial W}{\partial X} = 0.$$

در حل عددی معادله فوق حل پیوسته را با استفاده از مقادیر تابع در نقاطی مشخص که نقاط دقت نامیده می

شوند تقریب می زنیم. با استفاده از روش تربیع دیفرانسیلی تعمیم یافته و اعمال شرایط مرزی داریم :

$$s^{(2)}(X_i) \cdot \sum_{k=1}^N c_{ik}^{(2)} \cdot W_k + 2 \cdot s^{(1)}(X_i) \cdot \sum_{k=1}^N c_{ik}^{(3)} \cdot W_k + s(X_i) \cdot \sum_{k=1}^N c_{ik}^{(4)} \cdot W_k = \Omega^2 \cdot W_i$$

که مقدار تابع با استفاده از مشتقات اول و دوم تابع تقریب زده شده است. شرایط مرزی نیز به صورت زیر هستند:

$$W_1 = 0$$

$$\sum_{k=1}^N c_{1,k}^{(n0)} \cdot W_k = 0$$

$$W_N = 0$$

$$\sum_{k=1}^N c_{N,k}^{(n1)} \cdot W_k = 0$$

مقادیر $n0$ و $n1$ برای شرایط مختلف به ترتیب زیر هستند:

$n0 = 1, n1 = 1$ —clamped—clamped

$n0 = 1, n1 = 2$ —clamped—simply supported

$n0 = 2, n1 = 1$ —simply supported—clamped

$n0 = 2, n1 = 2$ —simply supported—simply supported.

مقادیر W_2 و W_{n-1} به صورت زیر هستند:

$$W_2 = \frac{1}{AXN} \cdot \sum_{k=3}^{N-2} AXK1 \cdot W_k$$

$$W_{N-1} = \frac{1}{AXN} \cdot \sum_{k=3}^{N-2} AXKN \cdot W_k$$

که:

$$AXK1 = c_{1,k}^{(n0)} \cdot c_{N,N-1}^{(n1)} - c_{1,N-1}^{(n0)} \cdot c_{N,k}^{(n1)}$$

$$AXKN = c_{1,2}^{(n0)} \cdot c_{N,k}^{(n1)} - c_{1,k}^{(n0)} \cdot c_{N,2}^{(n1)}$$

$$AXN = c_{N,2}^{(n1)} \cdot c_{1,N-1}^{(n0)} - c_{1,2}^{(n0)} \cdot c_{N,N-1}^{(n1)}.$$

با جایگذاری این مقادیر در معادله اصلی و انجام عملیات ریاضی معادله حاکم به صورت زیر خواهند بود:

$$s^{(2)}(X_i) \cdot \sum_{k=3}^{N-2} C_1 \cdot W_k + 2 \cdot s^{(1)}(X_i) \cdot \sum_{k=3}^{N-2} C_2 \cdot W_k + s(X_i) \cdot \sum_{k=3}^{N-2} C_3 \cdot W_k = \Omega^2 \cdot W_i$$

for $i = 3, 4, \dots, N-2$.

که

$$C_1 = c_{i,k}^{(2)} - \frac{c_{i,2}^{(2)} \cdot AXK1 + c_{i,N-1}^{(2)} \cdot AXKN}{AXN}$$

$$C_2 = c_{i,k}^{(3)} - \frac{c_{i,2}^{(3)} \cdot AXK1 + c_{i,N-1}^{(3)} \cdot AXKN}{AXN}$$

$$C_3 = c_{i,k}^{(4)} - \frac{c_{i,2}^{(4)} \cdot AXK1 + c_{i,N-1}^{(4)} \cdot AXKN}{AXN}.$$

بدین ترتیب با داشتن نقاط دقت می توان مقادیر مشخصه تابع کع همان فرکانس های طبیعی تیر هستند را استخراج کرد.

فصل چهارم

نتایج

۴-۱ مقدمه

پس از مروری بر روش‌های موجود و دریافت نگرش‌های متفاوت درباره قابلیت و کارایی روش تربیع دیفرانسیلی، نهایتاً این روش و نکات کاربردی مربوطه در فصل قبل تشریح گردید و در این قسمت، به تحلیل و به بررسی خروجی‌ها که در واقع نتایج حاصله از روش تربیع دیفرانسیلی هستند پرداخته شد. برای مقایسه کارایی و دقت این روش، داده‌های منابع دیگر، که از روش‌های سنتی حاصل شده بودند نیز با داده‌های مطالعه حاضر مقایسه شدند:

بحث و نتایج:

همانطور که قبلاً بحث شد روش نشان داده شده بر تکنیک دلتا در بدست آوردن شرایط مرزی غلبه می‌کند. بنابراین از تکنیک دلتا در تایید محاسبات این پژوهش استفاده نشده است. با استفاده از روابطی که در بالا گفته شد و نرم افزار متلب فرکانس‌های طبیعی برای تیر تحت شرایط مرزی مختلف نشان داده شده است. لازم به ذکر است که محاسبات برای ۱۵ نقطه دقت صورت گرفته است.

	حل تحلیلی (Blevins)	MATLAB	%error
Ω_1	9.8696	9.8696	0.00%
Ω_2	39.4784	39.4874	0.00%

۲-۴ مقایسه روش تربیع دیفرانسیلی با حل تحلیلی برای ارتعاشات آزاد یک تیر

۱-۲-۴ تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر ساده

Ω_3	88.8264	88.8264	0.00%
Ω_4	157.9137	157.9136	0.00%
Ω_5	246.7401	246.7391	0.00%

	حل تحلیلی (Blevins)	MATLAB1	%error
--	---------------------	---------	--------

۴-۲-۲ تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر گیردار

Ω_1	22.3733	22.3732	0.00%
Ω_2	61.6728	61.6728	0.00%
Ω_3	120.9034	120.9033	0.00%
Ω_4	199.8594	199.8594	0.00%
Ω_5	298.5555	298.5532	0.00%

۳-۲-۴ تیر با شرایط مرزی تکیه گاه یک سر ساده و یک سر گیردار

	حل تحليلی (Blevins)	MATLAB1	%error
Ω_1	15.4182	15.4182	0.00%
Ω_2	49.9648	49.9648	0.00%
Ω_3	104.2477	104.2476	0.00%
Ω_4	178.2697	178.2696	0.00%
Ω_5	272.0310	272.0304	0.00%

فصل پنجم

نتیجه گیری

در این فصل به بررسی نتایج بدست آمده از نرم افزار متلب و مقایسه آن با روش های گفته شده می پردازیم:

۵-۱ نتیجه گیری

۱- روش گفته در نرم افزار به صورتی است که می توان آن را برای تمام شرایط مرزی معمول به کار برد و تفاوت آن در اعمال شرایط مرزی متفاوت است.

۲- از نتایج بدست آمده مشاهده می شود که تطابق خوبی بین نتایج نرم افزاری و حل تحلیلی وجود دارد که نشان دهنده اعتبار روش GDQ می باشد.

۳- همانطور که نشان داده شد در روش GDQ بدون استفاده از نقاط دقت زیاد می توان به دقت بالایی دست یافت که دلیل این امر انتخاب ضرایب تابع تقریب به فرم ذکر شده می باشد

۵-۲ پیشنهادها

✓ بررسی ارتعاش آزاد محوری یک میله با روش تربیع دیفرانسیلی

✓ بررسی ارتعاش آزاد پیچشی یک تیر با روش تربیع دیفرانسیلی

✓ بررسی ارتعاش آزاد یک صفحه با روش تربیع دیفرانسیلی

فصل ششم

مراجع

[1]. Bellman, R. and Casti, J. (1971), "Differential quadrature and long term integration," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 34, pp 235–238.

[۲]. Bellman, R. and Kashef, B.G. and Casti, J. (1972), "Differential quadrature: a technique for the rapid solution of non-linear partial differential equations," *Journal of Computational Physics*, 10, pp 40–52.

- [3] Shu C., Du H.: *Implementation of clamped and simply supported boundary conditions in the GDQ free vibration analysis of beams and plates*, *International Journal of Solids and Structures* 1997; 34, 819–835
- [4] Shu C., *Generalized differential integral quadrature and application to the simulation of incompressible viscous flows including parallel computation* .Phd thesis , University of Glaskow(1991)
- [5] Bert, C. W. and Malik, M., Differential quadrature method in computational mechanics: a review, *Applied Mechanics Review*, 1996, 49(1): 1-28.
- [6] Haftchenari et.al (2007) “Application of generalized differential quadrature rule to vibrated cylindrical plate” *Communications in Numerical Method*, 36, pp 787-794.
- [7] Q. Wang, K. M. Liew, W. H. Duan, "Modeling of the mechanical instability of carbon nanotubes", *Carbon* 46, 285–290 (2008).
- [8] Perry, C . L., “ The bending of thin elliptical plates”, *Int Proc, Symp, Applied Mathematics*, (1950), Vol. III, Elasticity, McGraw-Hill, New York, pp. 131-139
- [9] Nash, W . A., and Cooly, I . D., “Large deflection of a clamped elliptical plate subjected to Uniform pressure, *Journal of Applied Mechanics*, (1959), Vol. pp. 26, pp. 291-293.
- [10] Timoshenko, S . P ., and Gere, J . M., “Theory of elastic stability”, (1961), 2nd , Ed, McGraw-Hill, New York, N . Y.
- [11] Mingle, J . O., “Computational consideration in nonlinear diffusion”, *Int. J. Numrn. Methods Eng* (1973), 7: 103-116.
- [12] Civan, F., and Sliepcevich C. M. "Application of differentioal quadrature to transport processes", *J. M ath. Anal. Appl.*, 93, 206-221. (1983).
- [13] Striz, A . G ., Chen, W . L., Bert C . W., “Free vibration of plates by the accuracy quadrature element method”, *Journal of sound and Vibration*, Vol. 202(5), pp. 698- 702, copyright (1997), with permission from Academic press.
- [14] Wang X, Liu F, Wang X, Gan L. (2005), “New approaches in application of differential quadrature method” *Communications in Numerical Methods*, 21, pp 61-71.
- [15] Alibeygloo. (2005) “Differential Quadrature Element Method Analysis of In-Plane cylinder” *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 20, pp 132-141.

- [16] Baily, J. J. and Finnie, I. (1960). "An analytical study of drill-string vibration." *J. of Engineering for Industry, Transaction of the ASME*, PP. 122-128.
- [17] Baily, J. J. and Finnie, I. (1960). "An experimental study of drill-string vibration." *J. of Engineering for Industry, Transaction of the ASME*, PP. 129-135.
- [18] Chen, S. S, Wambsganss, M. W. and Jendrzejczyk, J. A. (1976). "Added mass and damping of a vibrating rod in confined viscous fluids." *J. of Applied Mechanics*, PP. 325-329.
- [19] Khan, K. Z. (1986). *Longitudinal and Torsional Vibration of DrillStrings*, Master's Thesis, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- [20] Ray, O. F. (1983). *Dynamics of Unbalanced Drill Collars in a Slanted Hole*. Master's Thesis, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- [21] Shyu, R. J. (1989). *Bending of Rotating Drillstrings*. PhD Thesis, Department of Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology.
- [22] Moradi, S. and Taheri, F. (1999). "Delamination buckling analysis of general laminated composite beams by differential quadrature method." *J. Comp. Struct.*, Vol. 30, PP. 503-511.
- [23] Bert, C.W. and Malik, M. (1996). "Differential quadrature method in computational mechanics: A review." *J. Appl. Mech. Rev.*, Vol. 49, PP. 1-28.
- [24] Bellman, R., Kashef, B. G. and Casti, J. (1972). "Differential quadrature: A technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations." *J. Comput. phys.*, Vol. 10, PP. 40-5.
- [25] Shu, C. and Richards, B. E. (1992). "Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier-Stokes equation." *Int. Journal of Num. Math. Fluids*, Vol. 15, PP. 791-798.
- [26] Wang, X. (1995). "Differential quadrature for buckling analysis of laminated plates." *Computers & Structures*, Vol. 57, PP. 715-719.

فصل هفتم

پیوست

۱-۷ کدهای نوشته شده توسط مطلب برای انواع تیر برنولی

۱-۱-۷ کد تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر ساده

```
clc
clear
format long
n=input('number of grid points (GPs) =');
a=zeros(n);
for ii=1:n;
    x(ii)=(ii-1)/(n-1);
end
delx=x(2)-x(1);
```

```

for ii=1:n;
    for jj=1:n;
        if ii~=jj
            dd=1;
for kk=1:(n-ii);
    dd=dd*kk;
end

ll=1;
for kk=1:(n-jj);
    ll=ll*kk;
end

hh=1;
for kk=1:(ii-1);
    hh=hh*kk;
end

gg=1;
for kk=1:(jj-1);
    gg=gg*kk;
end

        a(ii,jj)=((-1)^(ii+jj))*(hh*dd)/(delx.*(ii-
jj)*gg*ll));
        else
            b(ii)=0;
        end
    end
end
for ii=1:n;
    for jj=1:n;
        b(ii)=(b(ii)+a(ii,jj));
    end
    a(ii,ii)=-1*b(ii);
end

a1=a;
a2=a1*a;
a4=a2*a2;

% matrise zarayeb toolid shod
%
#####
#####
C3=zeros(n-2,n-2);
for ii=3:n-2;
    for kk=3:n-2;

```

```

    AXN=a2(n,2)*a2(1,n-1)-a2(1,2)*a2(n,n-1);
    AXK1=a2(1,kk)*a2(n,n-1)-a2(1,n-1)*a2(n,kk);
    AXKN=a2(1,2)*a2(n,kk)-a2(1,kk)*a2(n,2);
    C3(ii,kk)=a4(ii,kk)+(a4(ii,2)*AXK1+a4(ii,n-1)*AXKN)/AXN;
end
end
w=sort(sqrt(eig(C3)))

```

۷-۱-۲ کد تیر با شرایط مرزی تکیه گاه دو سر گیردار:

```

clc
clear
format long
n=input('number of grid points (GPs) =');
a=zeros(n);
for ii=1:n;
    x(ii)=(ii-1)/(n-1);
end
delx=x(2)-x(1);

for ii=1:n;
    for jj=1:n;

```

```

        if ii~=jj
            dd=1;
for kk=1:(n-ii);
    dd=dd*kk;
end

ll=1;
for kk=1:(n-jj);
    ll=ll*kk;
end

hh=1;
for kk=1:(ii-1);
    hh=hh*kk;
end

gg=1;
for kk=1:(jj-1);
    gg=gg*kk;
end
        a(ii,jj)=((-1)^(ii+jj))*((hh*dd)/(delx.*(ii-
jj)*gg*ll));
        else
            b(ii)=0;
        end
    end
end
for ii=1:n;
    for jj=1:n;
        b(ii)=(b(ii)+a(ii,jj));
    end
    a(ii,ii)=-1*b(ii);
end

a1=a;
a2=a1*a;
a4=a2*a2;

% matrise zarayeb toolid shod
%
#####
#####
C3=zeros(n-2,n-2);
for ii=3:n-2;
    for kk=3:n-2;
        AXN=a1(n,2)*a1(1,n-1)-a1(1,2)*a1(n,n-1);
        AXK1=a1(1,kk)*a1(n,n-1)-a1(1,n-1)*a1(n,kk);
    end
end

```



```

        AXKN=a1(1,2)*a1(n,kk)-a1(1,kk)*a1(n,2);
        C3(ii,kk)=a4(ii,kk)+(a4(ii,2)*AXK1+a4(ii,n-1)*AXKN)/AXN;
    end
end
sort(sqrt(eig(C3)))

```

۳-۱-۷ کد تیر با شرایط مرزی تکیه گاه یک سر ساده و یک سر گیردار

```

clc
clear
format long
n=input('number of grid points (GPs) =');
a=zeros(n);
for ii=1:n;
    x(ii)=(ii-1)/(n-1);
end
delx=x(2)-x(1);

for ii=1:n;

```

```

        for jj=1:n;
            if ii~=jj
                dd=1;
for kk=1:(n-ii);
                dd=dd*kk;
end

l1=1;
for kk=1:(n-jj);
    l1=l1*kk;
end

hh=1;
for kk=1:(ii-1);
    hh=hh*kk;
end

gg=1;
for kk=1:(jj-1);
    gg=gg*kk;
end
                a(ii,jj)=((-1)^(ii+jj))*((hh*dd)/(delx.*(ii-
jj)*gg*l1));
            else
                b(ii)=0;
            end
        end
    end
    for ii=1:n;
        for jj=1:n;
            b(ii)=(b(ii)+a(ii,jj));
        end
        a(ii,ii)=-1*b(ii);
    end

    a1=a;
    a2=a1*a;
    a4=a2*a2;

    % matrise zarayeb toolid shod
    %
    #####
    #####
    C3=zeros(n-2,n-2);
    for ii=3:n-2;
        for kk=3:n-2;
            AXN=a1(n,2)*a2(1,n-1)-a2(1,2)*a1(n,n-1);

```

```

    AXK1=a2(1, kk)*a1(n, n-1)-a2(1, n-1)*a1(n, kk);
    AXKN=a2(1, 2)*a1(n, kk)-a2(1, kk)*a1(n, 2);
    C3(ii, kk)=a4(ii, kk)+(a4(ii, 2)*AXK1+a4(ii, n-1)*AXKN)/AXN;
end
end
sort(sqrt(eig(C3)))

```