www.NoavaranGermi.ir

دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان

عنوان:

پروژه درس روشهای اجزاء محدود

(برنامه المان ۴ گرهی تنش مسطح و کرنش مسطح)

استاد : پروفسور عیسی سلاجقه

تهیه کننده :

حسین یوسفی

فهرست مطالب شماره صفحه

فصل اول روابط المان مربعی ۴ گرهی ۳

فصل دوم برنامه مربوط به المان ۴ گرهی تحت زبان MATLAB ۲۱

فصل سوم حل مثال عددی ۲۹

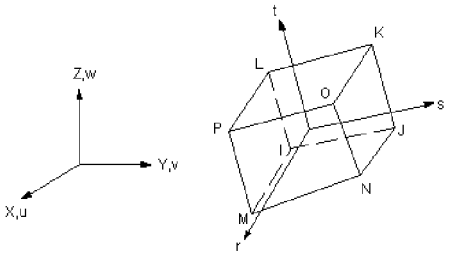
فصل اول

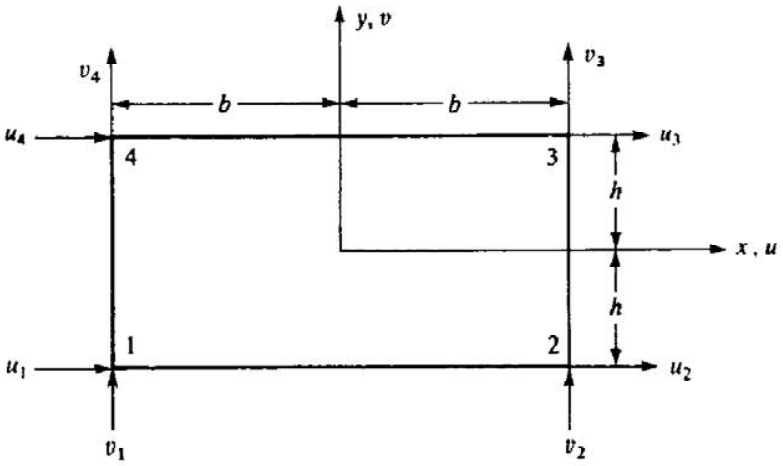
فصل اول روابط المان مربعی ۴ گرهی

مقصود اصلی در نوشتن این برنامه تهیه یک بسته نرم افزاری کوچک بوده که بتواند با استفاده از المان Q4 سازه هایی که متشکل از این المان هستند را تحلیل نماید و با مقایسه با دیگر برنامه های جامع تحلیل المان محدود بتوان قضاوتی در مورد عملکرد آنها داشت. این برنامه قابلیت مدلسازی هر نوع سازه ای را که متشکل از این المان باشد را دارد.

ویژگی المانهای استفاده شده:

المان چهار گرهی دارای ۲ درجه آزادی در هر گره، با بهره گیری از فرمولاسیون ایزوپارامتریک تعریف و ماتریس سختی آن با استفاده از انتگرال گیری عددی به روش گوس چهار نقطه ای محاسبه می شود.





مثلث خیام برای حالت دو بعدی مطابق زیر است:

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & & x & & y & & \\
 & x^2 & & xy & & y^2 & \\
x^3 & & x^2y & & xy^2 & & y^3 \\
x^4 & x^3y & & x^2y^2 & & xy^3 & y^4 \\
x^5 & x^4y & x^3y^2 & & x^2y^3 & xy^4 & y^5 \\
x^6 & x^5y & x^4y^2 & x^3y^3 & x^2y^4 & xy^5 & y^6
\end{array}
$$

مثلث خیام

ضرایب مورد استفاده از مثلث خیام – پاسکال برای این المان عبارتند از:

1, X, Y, XY

درجات آزادی یک المان ۴ گرهی عبارتند از:

$$
\{d\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix}
$$

در نتیجه داریم:

$$u(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy$$

$$v(x, y) = a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 xy$$

و داریم:

$$u(x, y) = \frac{1}{4bh}[(b - x)(h - y)u_1 + (b + x)(h - y)u_2 + (b + x)(h + y)u_3 + (b - x)(h + y)u_4]$$

$$v(x, y) = \frac{1}{4bh}[(b - x)(h - y)v_1 + (b + x)(h - y)v_2 + (b + x)(h + y)v_3 + (b - x)(h + y)v_4]$$

که:

$$\{\psi\} = [N]\{d\}$$

که توابع شکل استفاده شده عبارتند:

$$N_1 = \frac{(b - x)(h - y)}{4bh} \qquad N_2 = \frac{(b + x)(h - y)}{4bh}$$

$$N_3 = \frac{(b + x)(h + y)}{4bh} \qquad N_4 = \frac{(b - x)(h + y)}{4bh}$$

و ماتریس شکل مانند زیر بدست می آید:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix}$$

و داریم:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

که:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\}$$

در نتیجه:

$$[B] = \frac{1}{4bh} \begin{bmatrix} -(h-y) & 0 & (h-y) & 0 & (h+y) & 0 & -(h+y) & 0 \\ 0 & -(b-x) & 0 & -(b+x) & 0 & (b+x) & 0 & (b-x) \\ -(b-x) & -(h-y) & -(b+x) & (h-y) & (b+x) & (h+y) & (b-x) & -(h+y) \end{bmatrix}$$

و ماتریس سختی برابر است با:

$$[k] = \int_{-h}^{h} \int_{-b}^{b} [B]^T [D] [B] t \, dx \, dy$$

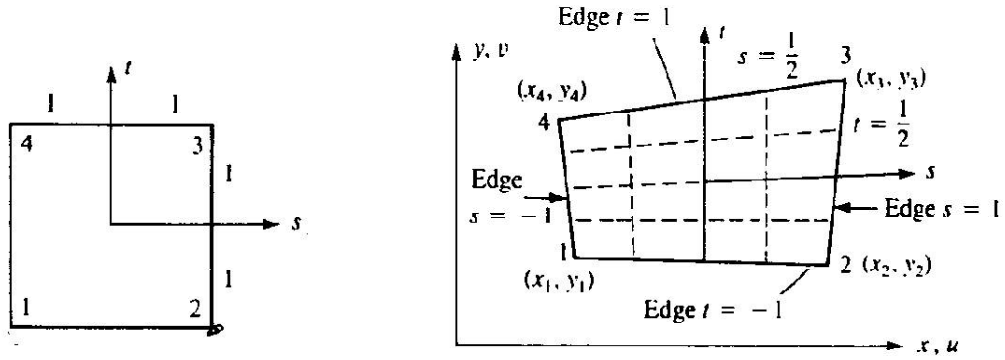
و بردار نیرو برابر است با:

$$\{f\} = \iiint_V [N]^T \{X\} \, dV + \{P\} + \iint_S [N]^T \{T\} \, dS$$

که:

$$\{f\} = [k] \{d\}$$

و در حالت ایزوپارامتریک کلیه روابط مطابق زیر بدست می آیند:



(a) (b)

$$x = a_1 + a_2 s + a_3 t + a_4 st$$

$$y = a_5 + a_6 s + a_7 t + a_8 st$$

$$x = \tfrac{1}{4}[(1-s)(1-t)x_1 + (1+s)(1-t)x_2 + (1+s)(1+t)x_3 + (1-s)(1+t)x_4]$$

$$y = \tfrac{1}{4}[(1-s)(1-t)y_1 + (1+s)(1-t)y_2 + (1+s)(1+t)y_3 + (1-s)(1+t)y_4]$$

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ x_4 \\ y_4 \end{Bmatrix}$$

$$N_1 = \frac{(1-s)(1-t)}{4} \qquad N_2 = \frac{(1+s)(1-t)}{4}$$

$$N_3 = \frac{(1+s)(1+t)}{4} \qquad N_4 = \frac{(1-s)(1+t)}{4}$$

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix}$$

برای تبدیل مشتقات از یک دستگاه به دستگاه دیگر داریم:

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}$$

با حل دستگاه معادلات داریم:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial f}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{vmatrix}} \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial f}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial f}{\partial t} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} \end{vmatrix}}$$

که دترمینان ژاکوبی عبارت است از:

$$[J] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial s} & \dfrac{\partial y}{\partial s} \\ \dfrac{\partial x}{\partial t} & \dfrac{\partial y}{\partial t} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B}\underline{d}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial(\ )}{\partial x} & 0 \\ 0 & \dfrac{\partial(\ )}{\partial y} \\ \dfrac{\partial(\ )}{\partial y} & \dfrac{\partial(\ )}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\partial(\ )}{\partial x} = \frac{1}{|\underline{J}|}\left[\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t}\right]$$

$$\frac{\partial(\ )}{\partial y} = \frac{1}{|\underline{J}|}\left[\frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s}\right]$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{|\underline{J}|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} & 0 \\ 0 & \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

$$\underline{\varepsilon} = \underline{D}'\underline{N}\underline{d}$$

$$\underline{D}' = \frac{1}{|\underline{J}|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} & 0 \\ 0 & \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial(\ )}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial(\ )}{\partial t} \end{bmatrix}$$

$$\underset{(3\times 8)}{\underline{B}} = \underset{(3\times 2)}{\underline{D}'} \quad \underset{(2\times 8)}{\underline{N}}$$

و ماتریس سختی را داریم:

$$[k] = \iint_A [B]^T[D][B]t\,dx\,dy$$

که:

$$\iint_A f(x, y)\, dx\, dy = \iint_A f(s, t)|\underline{J}|\, ds\, dt$$

در حالت ایزوپارامتریک داریم:

$$[k] = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [B]^T[D][B]t|\underline{J}|\, ds\, dt$$

$$|\underline{J}| = \tfrac{1}{8}\{X_c\}^T \begin{bmatrix} 0 & 1-t & t-s & s-1 \\ t-1 & 0 & s+1 & -s-t \\ s-t & -s-1 & 0 & t+1 \\ 1-s & s+t & -t-1 & 0 \end{bmatrix} \{Y_c\}$$

$$\{X_c\}^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]$$

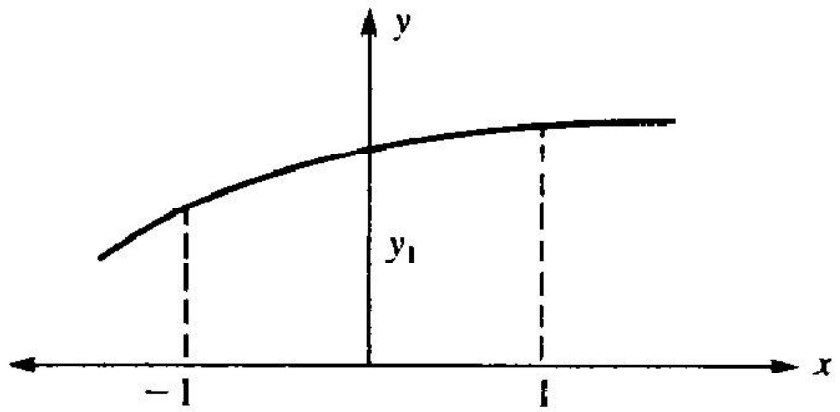
$$\{Y_c\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix}$$

$$\underline{B}(s,t) = \frac{1}{|\underline{J}|}[\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4]$$

$$\underline{B}_i = \begin{bmatrix} a(N_{i,s}) - b(N_{i,t}) & 0 \\ 0 & c(N_{i,t}) - d(N_{i,s}) \\ c(N_{i,t}) - d(N_{i,s}) & a(N_{i,s}) - b(N_{i,t}) \end{bmatrix}$$

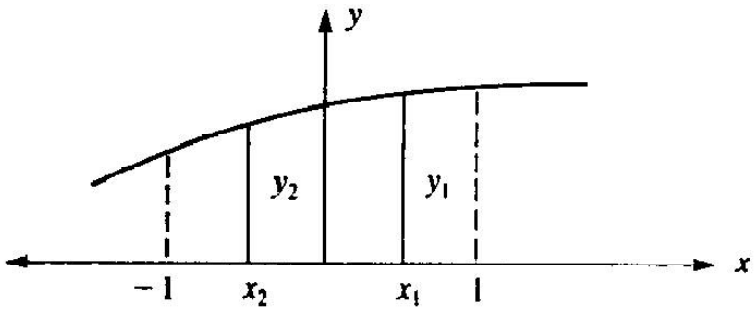
$$a = \tfrac{1}{4}[y_1(s-1) + y_2(-1-s) + y_3(1+s) + y_4(1-s)]$$
$$b = \tfrac{1}{4}[y_1(t-1) + y_2(1-t) + y_3(1+t) + y_4(-1-t)]$$
$$c = \tfrac{1}{4}[x_1(t-1) + x_2(1-t) + x_3(1+t) + x_4(-1-t)]$$
$$d = \tfrac{1}{4}[x_1(s-1) + x_2(-1-s) + x_3(1+s) + x_4(1-s)]$$

انتگرال گیری به روش گوس:



Number of Points	*Locations, x_i*	*Associated Weights, W_i*
1	$x_1 = 0.000\ldots$	2.000
2	$x_1, x_2 = \pm 0.57735026918962$	1.000
3	$x_1, x_3 = \pm 0.77459666924148$	$\frac{5}{9} = 0.555\ldots$
	$x_2 = 0.000\ldots$	$\frac{8}{9} = 0.888\ldots$

در گوس دو نقطه ای داریم:

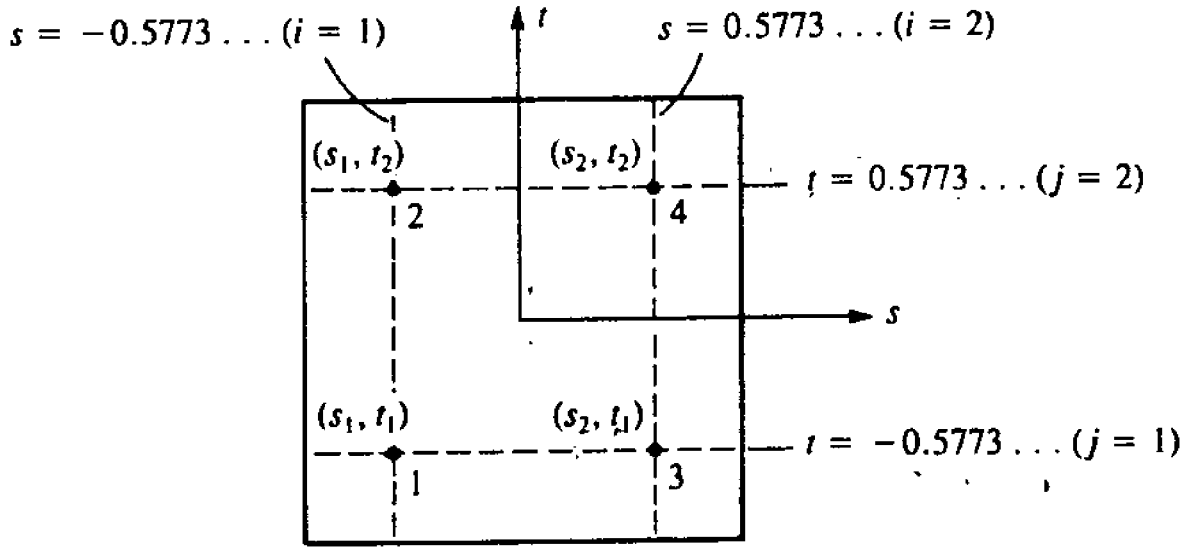


$x_1 = +0.5773\ldots$
$x_2 = -0.5773\ldots$

$$I = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f(s, t)\, ds\, dt$$

$$= \sum_j W_j \left[\sum_i W_i f(s_i, t_j) \right] = \sum_i \sum_j W_i W_j f(s_i, t_j)$$

$$I = W_1 W_1 f(s_1, t_1) + W_1 W_2 f(s_1, t_2) + W_2 W_1 f(s_2, t_1) + W_2 W_2 f(s_2, t_2)$$



$$\underline{k} = \iint_A \underline{B}^T(x, y)\underline{D}\underline{B}(x, y)t\, dx\, dy$$

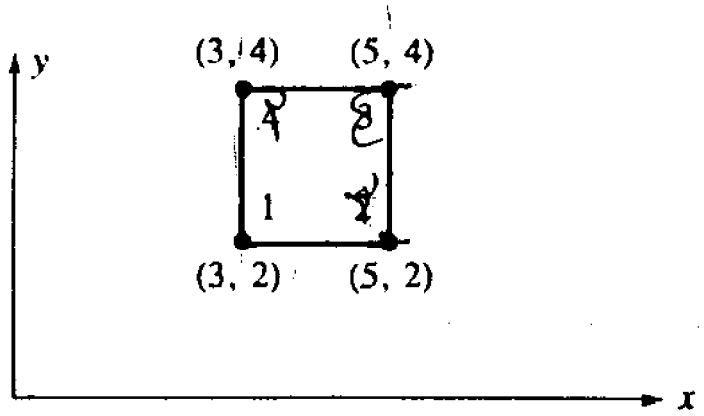
$$\underline{k} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \underline{B}^T(s, t)\underline{D}\underline{B}(s, t)|\underline{J}|t\, ds\, dt$$

$$\begin{aligned}\underline{k} = {} & \underline{B}^T(s_1, t_1)\underline{D}\underline{B}(s_1, t_1)|\underline{J}(s_1, t_1)|tW_1W_1 \\ & + \underline{B}^T(s_2, t_2)\underline{D}\underline{B}(s_2, t_2)|\underline{J}(s_2, t_2)|tW_2W_2 \\ & + \underline{B}^T(s_3, t_3)\underline{D}\underline{B}(s_3, t_3)|\underline{J}(s_3, t_3)|tW_3W_3 \\ & + \underline{B}^T(s_4, t_4)\underline{D}\underline{B}(s_4, t_4)|\underline{J}(s_4, t_4)|tW_4W_4\end{aligned}$$

$s_1 = t_1 = -0.5773,\ \ s_2 = -0.5773,\ \ t_2 = 0.5773,\ \ s_3 = 0.5773,\ \ t_3 =$

-0.5773, and $s_4 = t_4 = 0.5773$ as shown in Figure 11-8, and $W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 1.000$.

به عنوان مثال ماتریس سختی شکل زیر را داریم:



$$(s_1, t_1) = (-0.5773, -0.5773)$$

$$(s_2, t_2) = (-0.5773, 0.5773)$$

$$(s_3, t_3) = (0.5773, -0.5773)$$

$$(s_4, t_4) = (0.5773, 0.5773)$$

$$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 1.000.$$

$$
\begin{aligned}
\underline{k} = {} & \underline{B}^T(-0.5773,\ -0.5773)\underline{D}\underline{B}(-0.5773,\ -0.5773) \\
& \times |\underline{J}(-0.5773,\ -0.5773)|(1)(1.000)(1.000) \\
& + \underline{B}^T(-0.5773,\ 0.5773)\underline{D}\underline{B}(-0.5773,\ 0.5773) \\
& \times |\underline{J}(-0.5773,\ 0.5773)|(1)(1.000)(1.000) \\
& + \underline{B}^T(0.5773,\ -0.5773)\underline{D}\underline{B}(0.5773,\ -0.5773) \\
& \times |\underline{J}(0.5773,\ -0.5773)|(1)(1.000)(1.000) \\
& + \underline{B}^T(0.5773,\ 0.5773)\underline{D}\underline{B}(0.5773,\ 0.5773) \\
& \times |\underline{J}(0.5773,\ 0.5773)|(1)(1.000)(1.000)
\end{aligned}
$$

$$
|\underline{J}(-0.5773,\ -0.5773)| = \tfrac{1}{8}[3 \quad 5 \quad 5 \quad 3]
\times \begin{bmatrix}
0 & 1-(-0.5773) & -0.5773-(-0.5773) & -0.5773-1 \\
-0.5773-1 & 0 & -0.5773+1 & -0.5773-(-0.5773) \\
-0.5773-(-0.5773) & -0.5773-1 & 0 & -0.5773+1 \\
1-(-0.5773) & -0.5773+(-0.5773) & -0.5773-1 & 0
\end{bmatrix}
\times \begin{Bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{Bmatrix} = 1.000
$$

$$
|\underline{J}(-0.5773,\ 0.5773)| = 1.000
$$

$$
|\underline{J}(0.5773,\ -0.5773)| = 1.000
$$

$$
|\underline{J}(0.5773,\ 0.5773)| = 1.000
$$

$$
\underline{B}(-0.5773,\ -0.5773) = \frac{1}{|\underline{J}(-0.5773,\ -0.5773)|}[\underline{B}_1 \quad \underline{B}_2 \quad \underline{B}_3 \quad \underline{B}_4]
$$

$$\underline{B}_1 = \begin{bmatrix} aN_{1,s} - bN_{1,t} & 0 \\ 0 & cN_{1,t} - dN_{1,s} \\ cN_{1,t} - dN_{1,s} & aN_{1,s} - bN_{1,t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} a &= \tfrac{1}{4}[y_1(s-1) + y_2(-1-s) + y_3(1+s) + y_4(1-s)] \\ &= \tfrac{1}{4}[2(-0.5773-1) + 2(-1-(0.5773)) \\ &\quad + 4(1+(-0.5773)) + 4(1-(-0.5773))] \\ &= 1.00 \end{aligned}$$

$$N_{1,s} = \tfrac{1}{4}(t-1) = \tfrac{1}{4}(-0.5773-1) = -0.3943$$

$$N_{1,t} = \tfrac{1}{4}(s-1) = \tfrac{1}{4}(-0.5773-1) = -0.3943$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} -0.1057 & 0 & 0.1057 & 0 & 0 & -0.1057 & 0 & -0.3943 \\ -0.1057 & -0.1057 & -0.3943 & 0.1057 & 0.3943 & 0 & -0.3943 & 0 \\ 0 & 0.3943 & 0 & 0.1057 & 0.3943 & 0.3943 & 0.1057 & -0.3943 \end{bmatrix}$$

$$\underline{D} = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 & 8 & 0 \\ 8 & 32 & 0 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix} \times 10^6 \text{ psi}$$

$$\underline{k} = 10^4 \begin{bmatrix} 1466 & 500 & -866 & -99 & -733 & -500 & 133 & 99 \\ 500 & 1466 & 99 & 133 & -500 & -733 & -99 & -866 \\ -866 & 99 & 1466 & -500 & 133 & -99 & -733 & 500 \\ -99 & 133 & -500 & 1466 & 99 & -866 & 500 & -733 \\ -733 & -500 & 133 & 99 & 1466 & 500 & -866 & -99 \\ -500 & -733 & -99 & -866 & 500 & 1466 & 99 & 133 \\ 133 & -99 & -733 & 500 & -866 & 99 & 1466 & -500 \\ 99 & -866 & 500 & -733 & -99 & 133 & -500 & 1466 \end{bmatrix}$$

الگوریتم کلی برنامه:

برنامه در ابتدا تعداد گره ها و تعداد درجات آزادی هر گره را می گیرد.

سپس ویژگی های مصالح مورد استفاده را برای سازه می گیرد.

در گام بعد تعداد المان ها وارد شده و با تعیین مختصات روی مرز و سپس به کمک درون یابی مختصات دیگر نقاط معلوم میشود.

حال از روی تعداد المان ها نحوه اتصال آنها به یکدیگر تعداد درجات آزادی کل سازه مشخص می شود و بر مبنای آن ابعاد ماتریس های سختی و تغییرمکان و نیروی کل سازه اختصاص می یابد.

سپس از شما فقط یک ضریب پواسن و مدول الاستیسیته میخواهد

بعد از تعیین ابعاد ماتریسهای کلی برای هر گره قیدهای تکیه گاهی مشخص می شود .

بارگذاری

بارگذاری گرهی: با توجه به شماره هر گره و تعداد درجات آزادی آنها بار گرهی خوانده می شود.

در اینجا سازه یه صورت کامل به برنامه معرفی شده است. حال مراحل زیر را خواهیم داشت:

۱. ماتریس ارتباطی بین تنش و کرنش محاسبه می شود
۲. نقاط انتگرال گیری گوسی مشخص می شود.
۳. برای هر المان ماتریس سختی ایجاد می گردد.
۴. ماتریس سختی المان از مرحله سه در ماتریس سختی کل جایگذاری می شود.
۵. تصویری شماتیک از نحوه شماره گذاری المان ها و گره ها نشان داده میشود.
۶. بار نقطه ای به سازه اعمال میشود.
۷. معادله $K\Delta = P$ حل می شود
۸. مقدار تغییر مکان ها در نقاط گرهی بدست می آید
۹. مقدار نیروهای گره ها مشخص میشود.
۱۰. تنش در هر المان محاسبه می شود.
۱۱. معادله تراز تنش و تراز جابجایی هر المان داده میشود.

فصل دوم برنامه مربوط به المان ۴ گرهی تحت زبان MATLAB

```
clc
clear
disp('*****************************************************************************************')
disp('<<<<   PROGRAM OF FINITE ELEMENT FOR 4 NODE ELEMENT ***  WRITE BY: ALI TIMORPOUR    >>>>')
disp('*****************************************************************************************')
disp('                                                                                         ')
disp('                                                                                         ')
%-------------------------------------- INPUT--------------------------------

A1= xlsread('input1.xlsx', 1, 'F2');%Number of Element
A2= xlsread('input1.xlsx', 1, 'F1');%Number of Node
A3= xlsread('input1.xlsx', 1, 'k3:N100');%Numbering for Element
E=xlsread('input1.xlsx', 1, 'P1');%Modulus of Eleasticity
nu=xlsread('input1.xlsx', 1, 'P2');%Poissnn's Ratio
A6= xlsread('input1.xlsx', 1, 'A3:C1000');%Coordinate of Node
A9=xlsread('input1.xlsx', 2, 'F3:G100');% Loading dimention
A10=xlsread('input1.xlsx', 2, 'R3:S100');% Loading
A11=xlsread('input1.xlsx', 2, 'N3:O100');% Support dimention
A12=xlsread('input1.xlsx', 2, 'V3:W100');% Support
A13=xlsread('input1.xlsx', 1, 'P3');% Thichness

%-----------------------------------------------------------------------------
format short g

% -------------- [A7] : [NUMBER OF NODE   ,   X   ,   Y   ]     [A7]:  4 x 3i
(i=Number of  Element)
for i=1:A1
    A7(1:4,3*i-2)=A3(i,1:4);
    for j=1:4
        for m=1:A2
            if A3(i,j)==m
           A7(j,3*i-1:3*i)=A6(m,2:3);
            end
        end
    end
end
% -----------------------------------------------------------------------------
-------------


% ----------------------------------------     [D]        [D]: 3x6
a=input(' input a ** if Plane Strain (a=1) ******  if Plane Stress (a=2)**
a=');

D1=E/((1+nu)*(1-2*nu))*[1-nu,nu,0;nu,1-nu,0;0,0,(1-2*nu)/2];
D2=E/(1-nu^2)*[1,nu,0;nu,1,0;0,0,(1-nu)/2];
if a==1
    D=D1;
else
    if a==2
        D=D2;
    end
```

```
end
% ---------------------------------------------------------------------------
-------------



% ---------------------------------    Ke= K For Element         ------------
--------------
ke(1:8,1:8*A1)=0;
for m=1:4
    for i=1:A1
        for j=1:4

s(1)=-1/sqrt(3);  t(1)=-1/sqrt(3);
s(2)=1/sqrt(3);   t(2)=-1/sqrt(3);
s(3)=1/sqrt(3);   t(3)=1/sqrt(3);
s(4)=-1/sqrt(3);  t(4)=1/sqrt(3);


w1(1)=1; w2(1)=1;
w1(2)=1; w2(2)=1;
w1(3)=1; w2(3)=1;
w1(4)=1; w2(4)=1;


w1=w1(m);  w2=w2(m);

s=s(m);  t=t(m);

 N(1:4,1)=[...
 0.25*(1-s)*(1-t)
 0.25*(1+s)*(1-t)
 0.25*(1+s)*(1+t)
 0.25*(1-s)*(1+t)];

  %dNs=dN/ds
  dNs=[...
       -1/4+1/4*t
        1/4-1/4*t
        1/4+1/4*t
       -1/4-1/4*t];

  %dNt=dN/dt
  dNt=[...
     -1/4+1/4*s
     -1/4-1/4*s
      1/4+1/4*s
      1/4-1/4*s];



  %dXs=dX/ds   dXt=dX/dt
```

```
dXs(1,i)=dNs'*A7(1:4,3*i-1);
dXt(1,i)=dNt'*A7(1:4,3*i-1);


%dYs=dY/ds   dYt=dY/dt
dYs(1,i)=dNs'*A7(1:4,3*i);
dYt(1,i)=dNt'*A7(1:4,3*i);



%     |dx/ds   dy/ds  |
%|J|= |dx/dt   dy/dt  |


detj(1,i)=det([dXs(1,i) dYs(1,i)
               dXt(1,i) dYt(1,i)]);





%      |dN/ds  dY/ds  |                   |dX/ds  dN/ds |
%dN/dx=|dN/dt  dY/dt  |/detj       dN/dY=|dX/dt  dN/dt |/detj


dNx(i,j)=det([dNs(j,1) dYs(1,i)
              dNt(j,1) dYt(1,i)])/detj(1,i);

dNy(i,j)=det([dXs(1,i) dNs(j,1)
              dXt(1,i) dNt(j,1)])/detj(1,i);



%          _                          _
%         |   [dN/dX]j        0        |
%         |      0          [dN/dy]j   |
%[B]j =   |   [dN/dY]j     [dN/dX]j    |
%         |_                          _|

 Bm(1,(2*j-1)+8*i-8)=dNx(i,j);
 Bm(1,(2*j)+8*i-8)=0;

 Bm(2,(2*j-1)+8*i-8)=0;
 Bm(2,(2*j)+8*i-8)=dNy(i,j);

 Bm(3,(2*j-1)+8*i-8)=dNy(i,j);
 Bm(3,(2*j)+8*i-8)=dNx(i,j);
```

```
 % [Ke] FOR ELEMENT      [Ke]:8 x 8i   (i= Nu of EL)
        end
        B(3*m-2:3*m,8*i-7:8*i)=Bm(1:3,8*i-7:8*i);
        k(1:8,8*i-7:8*i)=B(3*m-2:3*m,8*i-7:8*i)'*D*B(3*m-2:3*m,8*i-
7:8*i)*detj(1,i)*w1*w2*A13;
        ke(1:8,8*i-7:8*i)= k(1:8,8*i-7:8*i)+ke(1:8,8*i-7:8*i);
        k(:,:)=0;
    end
end
%-----------------------------------------------------------------------------
-------------


%--------  PLANT FOR K  ------   [K] FOR STRUCTUR      [K]:2i x 2i   (i= Nu
of Node)
K(1:2*A2,1:2*A2)=0;
    K1(1:2*A2,1:2*A2)=0;
    for m=1:A1
        for i=1:4
            for j=1:4
                K1(A7(i,m*3-2)*2-1:A7(i,m*3-2)*2,A7(j,m*3-2)*2-1:A7(j,m*3-
2)*2)=ke(i*2-1:i*2,j*2-1+(8*m-8):j*2+(8*m-8));
            end
        end
        K=K+K1;
        K1(1:2*A2,1:2*A2)=0;
    end
%-----------------------------------------------------------------------------
-------------


%-------------------------- [p]: FORCE OF MATRIX    [p]:2i x 2  (i= Nu of
Node)
  for i=1:A2
    p(i*2-1:2*i,1)=i;
    p(1:2*A2,2)=0;
  end

for i=1:97
    for j=1:A1
        for m=1:4
        if A9(i,1:2)==A7(m,3*j-1:3*j)
            p(A7(m,3*j-2)*2-1,2)=A10(i,1);
            p(A7(m,3*j-2)*2,2)=A10(i,2);
        end
        end
    end
```

```
end
%-------------------------------------------------------------------------
-------------


%-------------------------- [s]: SUPPORT OF MATRIX    [s]:2i x 2  (i= Nu of
Node)
for i=1:A2
    s(i*2-1:i*2,1)=i;
    s(1:2*A2,2)=1;
end
for i=1:97
    for j=1:A1
        for m=1:4
        if A11(i,1:2)==A7(m,3*j-1:3*j)
            s(A7(m,3*j-2)*2-1,2)=abs(A12(i,1)-1);
            s(A7(m,3*j-2)*2,2)=abs(A12(i,2)-1);
        end
        end
    end
end
%-------------------------------------------------------------------------
-------------


%-----------------------------------       ZERO FOR [K] & [F]
for i=1:2*A2
    if s(i,2)==0
    K(i,:)=0;
    K(:,i)=0;
    p(i,2)=0;
    if K(i,i)==0
        K(i,i)=1;
    end
    end
end
%-------------------------------------------------------------------------
-------------


%----------------------------------- DETERMINATION OF [d]   [d]=[K]^-1 * [f]
d(1:2*A2,1)=p(:,1);
d(1:2*A2,2)=K^-1*p(1:2*A2,2);

 for i=1:A2
     dd(i,1)=i;
```

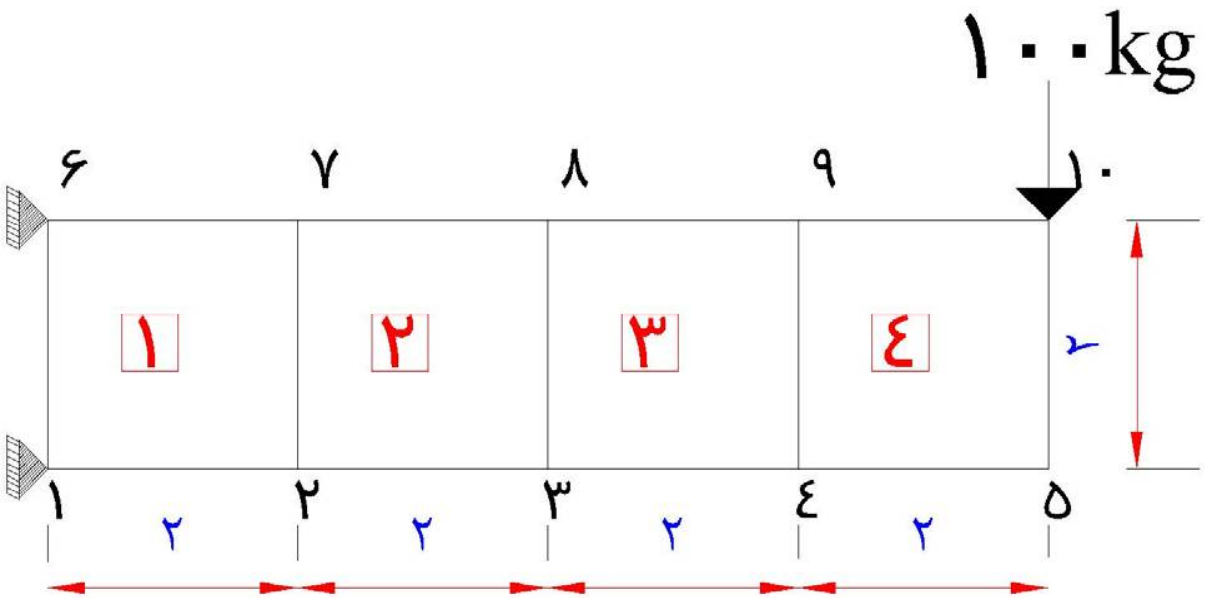
```
     dd(i,2:3)=d(2*i-1:2*i,2);
 end

 %dd : [d] for Node            Node           Ux            Uy            Uz')
%-------------------------------------------------------------------------------
-------------


%-------------------------------        DETERMINATION OF [d] FOR ELEMENT   ---
-------------
for i=1:A1
    for j=1:4
        for m=1:A2
            if A7(j,3*i-2)==dd(m,1)
                de1(j,3*i-2:3*i)=dd(m,1:3);
            end
        end
    end
disp('*********************************************************************
********************')
disp('************************      Displacement for Node of Element:
************************')
disp('*********************************************************************
********************')
fprintf('************************      >>>>  Number Element= *(%d)*  <<<<
************************',i);
'          Node          Ux           Uy   '
de2(1:4,1:3)=de1(1:4,3*i-2:3*i)

end
%-------------------------------------------------------------------------------
-------------


%-------------------------------        DETERMINATION OF [d] FOR NODE  ------
-------------
disp('
')
disp('*********************************************************************
********************')
disp('************************       Displacement for Node:
*********************************')
disp('*********************************************************************
********************')
disp('          Node          Ux           Uy
')
dd
disp('
')
```

```
%-----------------------------------------------------------------------------
-------------



 %--------------------------------------   PRINT STRESS --------------------
-------------
 for i=1:A1
    for j=1:4
        for m=1:A2
            if A7(j,3*i-2)==dd(m,1)
                de(j,3*i-2:3*i)=dd(m,1:3);
            end
        end
    end
end
for i=1:A1
    for j=1:4
    dl(2*j-1:2*j,i)=de(j,3*i-1:3*i);
    end
end


for i=1:A1
    for j=1:4
        ST(j,1)=j;
        ST(j,2:4)=D*B(3*j-2:3*j,8*i-7:8*i)*dl(1:8,i);
    end

disp('*************************************************************************
********************')
disp('*************************         STRESS IN GAUSSIAN NODE:
******************************')
disp('*************************************************************************
********************')
fprintf('*************************  >>>>   Number Element= *(%d)*   <<<<
******************************',i);
'         node          SX          SY          SXY          '
ST1(1:2,1:4)=ST(1:2,1:4);
ST1(3,1:4)=ST(4,1:4);
ST1(4,1:4)=ST(3,1:4);
ST1

end
%-----------------------------------------------------------------------------
-------------
```

```
%----------------------------- STRESS CONTOUR EQUATION ----------------------
-------------
%-----------------------------------------------------------------------------
-------------
%-----------------------------------------------------------------------------
-------------
for i=1:A1
    for j=1:4
        S(j,3*i-2:3*i)=D*B(3*j-2:3*j,8*i-7:8*i)*dl(1:8,i);
    end
end
A5=[1   -1  -1   1
    1    1  -1  -1
    1    1   1   1
    1   -1   1  -1];
A51=inv(A5);

syms s t
for i=1:A1
         A15=[1     s    t    s*t];
         Nj(1,1:4)=A15(1,1:4)*A51(1:4,1:4);
         contourS(1:3,1)=Nj*S(1:4,3*i-2:3*i);
         contourD(1:2,1)=Nj*de(1:4,3*i-1:3*i);

disp('*********************************************************************
********************')
disp('*************        FUNCTION FOR STRESS $ DISPLACEMENT (FOR CONTOUR):
***************')
disp('*********************************************************************
********************')
fprintf('************************   >>>>   Number Element= *(%d)*   <<<<
**************************',i);

contourS
contourD

end
%-----------------------------------------------------------------------------
-------------
```

فصل سوم حل مثال عددی

آنالیز ورق شکل با مشخصات زیر و کنترل با برنامه تجاری ABAQUS



ورودی برنامه:

مختصات گره ها:

مختصات نقطه ها را وارد کنید		
node	X cord	Y cord
1	0	0
2	2	0
3	4	0
4	6	0
5	8	0
6	0	2
7	2	2
8	4	2
9	6	2
10	8	2

اختصاص گره ها به المانها:

شماره نقطه های ۴ گوشه هر المان را وارد کنید				
Element	Node 1	Node 2	Node 3	Node 4
1	1	2	7	6
2	2	3	8	7
3	3	4	9	8
4	4	5	10	9

مشخصات مصالح:

E=	2.00E+06
v=	0.3
thichness=	1

بارگذاری:

لطفاً بارهای گرهی را وارد کنید		
node	Px	Py
10	0	-100

شرایط تکیه گاهی:

لطفاً تکیه گاههای گرهی را وارد کنید		
node	Px	Py
1	1	1
6	1	1

اگر در هر جهت تکیه گاه مقید است عدد ۱
در غیر اینصورت عدد ۰ را وارد کنید

نتایج خروجی برنامه مطلب:

```
*****************************************************************************************
<<<<   PROGRAM OF FINITE ELEMENT FOR 4 NODE ELEMENT ***  WRITE BY: ALI TIMORPOUR
>>>>
*****************************************************************************************


 input a ** if Plane Strain (a=1) ******  if Plane Stress (a=2)**     a=2
*****************************************************************************************
************************      Displacement for Node of Element:    ************************
*****************************************************************************************
************************      >>>>  Number Element= *(1)*  <<<<    ************************
ans =

       Node        Ux          Uy


de2 =

         1          0           0
         2  -0.00070783  -0.00083796
         7   0.00070772   -0.0008376
         6          0           0

*****************************************************************************************
************************      Displacement for Node of Element:    ************************
*****************************************************************************************
************************      >>>>  Number Element= *(2)*  <<<<    ************************
ans =

       Node        Ux          Uy


de2 =

         2  -0.00070783  -0.00083796
         3   -0.0012131   -0.0028878
         8    0.0012135     -0.00289
         7   0.00070772   -0.0008376

*****************************************************************************************
************************      Displacement for Node of Element:    ************************
*****************************************************************************************
************************      >>>>  Number Element= *(3)*  <<<<    ************************
ans =

       Node        Ux          Uy


de2 =

         3   -0.0012131   -0.0028878
```

```
     4   -0.001518   -0.0057551
     9   0.0015153   -0.0057427
     8   0.0012135    -0.00289

*****************************************************************************************
************************      Displacement for Node of Element:    ************************
*****************************************************************************************
************************      >>>>  Number Element= *(4)*  <<<<    ************************
ans =

    Node        Ux         Uy


de2 =

     4   -0.001518   -0.0057551
     5  -0.0016103   -0.0089778
    10   0.0016253   -0.0090489
     9   0.0015153   -0.0057427


*****************************************************************************************
************************      Displacement for Node:      ******************************
*****************************************************************************************
    Node        Ux         Uy

dd =

     1          0          0
     2  -0.00070783  -0.00083796
     3  -0.0012131   -0.0028878
     4   -0.001518   -0.0057551
     5  -0.0016103   -0.0089778
     6          0          0
     7   0.00070772  -0.0008376
     8   0.0012135    -0.00289
     9   0.0015153   -0.0057427
    10   0.0016253   -0.0090489


*****************************************************************************************
************************      STRESS IN GAUSSIAN NODE:     ****************************
*****************************************************************************************
************************  >>>>   Number Element= *(1)*  <<<< ****************************
ans =

   node        SX         SY         SXY


ST1 =

     1     -449.08     -134.65     -207.21
     2     -449.02     -134.42      107.13
     4      449.02      134.78     -207.13
```

```
        3     449.08      135.01      107.21

*****************************************************************************************
************************        STRESS IN GAUSSIAN NODE:     ****************************
*****************************************************************************************
************************* >>>>   Number Element= *(2)*  <<<< ****************************
ans =

      node        SX        SY        SXY


ST1 =

        1    -320.51     -96.321     -161.98
        2    -320.99     -97.921      62.543
        4     320.99      96.129     -162.54
        3     320.51      94.529      61.983

*****************************************************************************************
************************        STRESS IN GAUSSIAN NODE:     ****************************
*****************************************************************************************
************************* >>>>   Number Element= *(3)*  <<<< ****************************
ans =

      node        SX        SY        SXY


ST1 =

        1    -193.83     -57.233     -118.97
        2    -191.07     -48.004      15.742
        4     191.07      58.237     -115.74
        3     193.83      67.466      18.973

*****************************************************************************************
************************        STRESS IN GAUSSIAN NODE:     ****************************
*****************************************************************************************
************************* >>>>   Number Element= *(4)*  <<<< ****************************
ans =

      node        SX        SY        SXY


ST1 =

        1    -56.204     -22.116     -63.183
        2    -72.096     -75.087     -18.277
        4     72.096      16.374     -81.723
        3     56.204     -36.597     -36.817

*****************************************************************************************
*************        FUNCTION FOR STRESS $ DISPLACEMENT (FOR CONTOUR):      ***************
*****************************************************************************************
************************  >>>>   Number Element= *(1)*   <<<<   ************************
```

contourS =

27/70368744177664+2442871774199/70368744177664*s+31599099306064771/70368744177664*t-1/70368744177664*s*t

25669146711023/140737488355328+16285811827985/140737488355328*s+18959459583638863/140737488355328*t+1/140737488355328*s*t
-
3518437208883283/70368744177664+11059684757122669/70368744177664*s+1425008534949/35184372088832*t

contourD =

-1009351919305/36893488147419103232-1009351919305/36893488147419103232*s+13056195527726063/36893488147419103232*t+13056195527726063/36893488147419103232*s*t
-7727136128654181/18446744073709551616-7727136128654181/18446744073709551616*s+1682253198853/18446744073709551616*t+1682253198853/18446744073709551616*s*t

****
********** FUNCTION FOR STRESS $ DISPLACEMENT (FOR CONTOUR): **********
****
********** >>>> Number Element= *(2)* <<<< **********
contourS =

5/8796093022208-8443839393439/35184372088832*s+11285392609308913/35184372088832*t-1/17592186044416*s*t
-126113633841323/140737488355328-112584525245851/140737488355328*s+13542471131170697/140737488355328*t+9/140737488355328*s*t
-14073748835533111/281474976710656+31599099306064929/281474976710656*s-78809167672089/281474976710656*t+15/281474976710656*s*t

contourD =

2940286025853/36893488147419103232+4958989864463/36893488147419103232*s+35438245003827937/36893488147419103232*t+9325853948375811/36893488147419103232*s*t
-34372433124013475/18446744073709551616-18918160866705113/18446744073709551616*s-8264983107425/18446744073709551616*t-11629489505131/18446744073709551616*s*t

****
********** FUNCTION FOR STRESS $ DISPLACEMENT (FOR CONTOUR): **********
****
********** >>>> Number Element= *(3)* <<<< **********
contourS =

-
43/70368744177664+97414707139533/70368744177664*s+1354247113117075 5/70368744177664*t+3/70368744
177664*s*t

90005781674241/17592186044416+81178922616273/17592186044416*s+1015685334837805/17592186044416*t
+5/17592186044416*s*t
-
7036874417766837/140737488355328+9479729791819501/140737488355328*s+227300983325565/1407374883
55328*t-5/140737488355328*s*t

contourD =

-1275880929197/2305843009213693952-
7078342689367/9223372036854775808*s+6294951415153657/4611686018427387904*t+1398878092256377/922
3372036854775808*s*t
-39834719008062199/9223372036854775808-
13189422012702905/9223372036854775808*s+23594475631213/9223372036854775808*t+33541711937491/922
3372036854775808*s*t

****
********** FUNCTION FOR STRESS $ DISPLACEMENT (FOR CONTOUR): **********
****
********** >>>> Number Element= *(4)* <<<< **********
contourS =

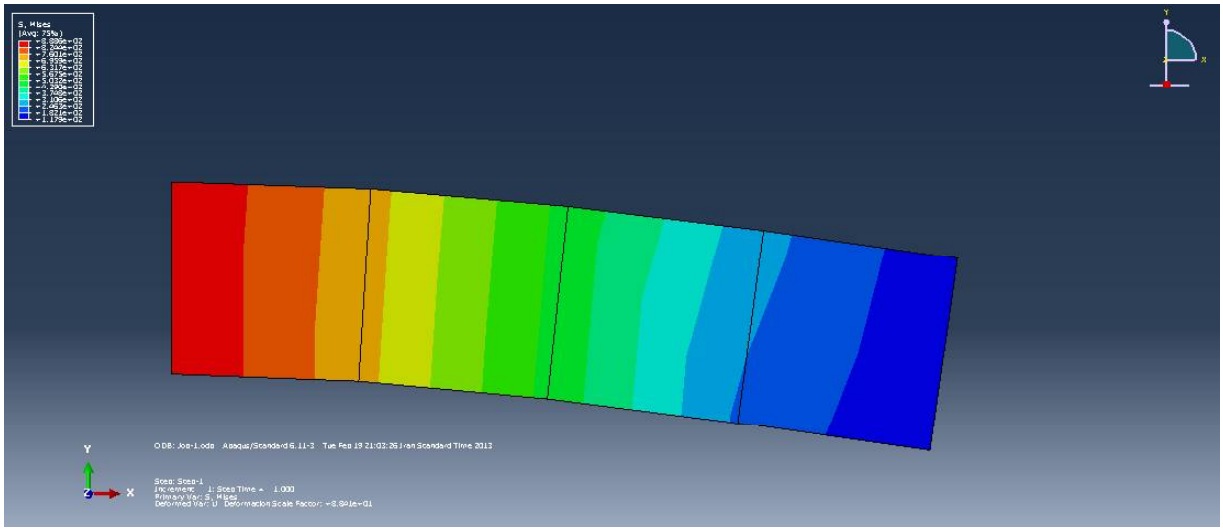
31/70368744177664-559129719951113/70368744177664*s+4514157043723601/70368744177664*t-
7/70368744177664*s*t
-258221948052199/8796093022208-
232970716646303/8796093022208*s+169280889139639/8796093022208*t-1/8796093022208*s*t
-3518437208883299/70368744177664+1579954965303263/70368744177664*s-
652318006609645/70368744177664*t+1/70368744177664*s*t

contourD =

56865868407929/18446744073709551616+81229601220239/18446744073709551616*s+28910147239964969/18
446744073709551616*t+932585394837587/18446744073709551616*s*t
-265932553996653/36028797018963968-940912050148629/576460752303423488*s-
16922833587549/1152921504606846976*t-24064857033637/1152921504606846976*s*t

>>

نتایج خروجی آنالیز با برنامه تجاری Abaqus :



ODB: C:/Temp/Job-1.odb
Step: Step-1
Frame: Increment 1: Step Time = 1.000

Loc 1 : Nodal values from source 1

Output sorted by column "Node Label".

Field Output reported at nodes for part: PART-1-1
Computation algorithm: EXTRAPOLATE_COMPUTE_AVERAGE
Averaged at nodes
Averaging regions: ODB_REGIONS

Node Label	U.Magnitude @Loc 1	U.U1 @Loc 1	U.U2 @Loc 1	S.S11 @Loc 1	S.S22 @Loc 1	S.S12 @Loc 1
1	0.	400.000E-36	-50.0922E-36	777.718	233.315	-322.152
2	0.	-400.000E-36	-49.9078E-36	-777.838	-233.351	-322.292
3	1.09656E-03	707.723E-06	-837.595E-06	666.905	200.436	-11.3185
4	1.09691E-03	-707.833E-06	-837.960E-06	-666.429	-199.564	-10.9037
5	3.13442E-03	1.21355E-03	-2.88997E-03	443.038	130.754	-9.95490
6	3.13227E-03	-1.21312E-03	-2.88781E-03	-445.851	-135.912	-12.2673
7	5.93926E-03	1.51535E-03	-5.74269E-03	230.302	81.4801	-17.7405
8	5.95191E-03	-1.51799E-03	-5.75508E-03	-214.142	-51.8532	-4.48175
9	9.19368E-03	1.62526E-03	-9.04888E-03	97.3487	-41.8977	-27.1672
10	9.12105E-03	-1.61029E-03	-8.97778E-03	-124.873	-108.564	4.94500

Minimum	0.	-1.61029E-03	-9.04888E-03	-777.838	-233.351	-322.292
At Node	2	10	9	2	2	2
Maximum	9.19368E-03	1.62526E-03	-49.9078E-36	777.718	233.315	4.945
At Node	9	9	2	1	1	10
Total	38.6661E-03	12.6495E-06	-36.9778E-03	-13.8227	-125.157	-733.333