

کاهش PAPR در سیستم های OFDM، با ادغام روش فاز تصادفی بهنگام شده و تبدیل گسسته کسینوسی (DCT)

قیصر آتش افروز^۱

^۱صداوسیمای مرکز خوزستان - معاونت فنی، atashafrooz5827@gmail.com

چکیده

یکی از تکنولوژی های جذاب در مخابرات بیسیم، OFDM می باشد. این سیستم از مزایای زیادی مانند: بهره‌وری طیفی بالا، مقاوم بودن در برابر گسترده‌ی تأخیر در کانال چند مسیره، مقاوم بودن در برابر کانال‌های فرکانس‌گزینه و پهنای باندی بسیار بهینه برخوردار می‌باشد. با پیشرفت روز افزون در این سیستم، هنوز مشکلات حل نشده‌ای در طراحی و اجرای آن وجود دارد. یکی از مهمترین این مشکلات؛ نسبت مقدار پیک توان به مقدار میانگین آن (PAPR) در سمت فرستنده می‌باشد. روش‌های بسیاری برای کاهش PAPR در سال‌های اخیر ارائه شده که یکی از این روش‌ها، روش فاز تصادفی بهنگام شده (Random phase updating) است، نکته مهم در این روش، وجود رابطه‌ای مستقیم بین واریانس توان سیمبل‌های OFDM و مقدار PAPR می‌باشد. به دلیل اینکه واریانس توان، برخلاف PAPR، قبل از بلوک IFFT قابل محاسبه است؛ این روش نسبت به سایر روش‌های تزریق فازی؛ از پیچیدگی محاسباتی کمتری برخوردار می‌باشد و این نکته بسیار حائز اهمیت است. از جذابیت‌های دیگر در تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده، استفاده از واریانس توان آستانه است؛ به این طریق که عملیات تزریق فاز تا جایی تکرار می‌شود که واریانس توان به مقدار آستانه خود برسد، اما چون ممکن است زمان رسیدن به آستانه‌ی مذکور؛ باعث تأخیر در سیستم شود، این یک عیب برای روش فاز تصادفی بهنگام شده؛ محسوب می‌گردد. در این رساله برای برطرف کردن این عیب، قبل از تزریق فاز؛ از خروجی زیر حامل‌ها، تبدیل گسسته کسینوسی (DCT) گرفتیم. به این دلیل از تبدیل DCT استفاده نمودیم، که این تبدیل همبستگی زیرحامل‌ها را پایین می‌آورد در نتیجه باعث می‌شود که واریانس توان کاهش یابد لذا استفاده از تبدیل DCT در کنار تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده باعث می‌شود که اولاً؛ واریانس توان و به تبعیت آن مقدار PAPR (به دلیل رابطه مستقیم واریانس توان با مقدار PAPR) نسبت به تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده بیشتر کاهش یابد ثانیاً؛ تعداد تکرارها برای رسیدن به مقادیر مختلف آستانه توان؛ به اندازه کافی پایین آید، ثالثاً؛ استفاده از این تکنیک ترکیبی باعث بهبود در BER سیستم شده است.

کلمات کلیدی: فاز تصادفی بهنگام شده، PAPR، تبدیل گسسته کسینوسی، OFDM

۱- مقدمه

اگر در OFDM زیر حامل‌ها به صورت هم فاز باهم جمع شوند؛ قله بزرگی در سیگنال حوزه زمان خود به وجود می‌آورد. از آنجایی که یکی از مهمترین فاکتورهای موثر در قیمت اجزای ((فرستنده - گیرنده))، محدوده تغییرات سیگنال است، کم کردن این مقدار، باعث کاهش هزینه ی پیاده سازی این سیستم ها می‌شود [۱]. وجود سیگنال با قله های بزرگ در حوزه زمان؛ از دو جنبه می‌تواند مشکل ایجاد نماید. مشکل اول اینکه این پدیده باعث کاهش کارایی مبدل های آنالوگ به دیجیتال می‌شود؛ به این دلیل که محدوده مقادیر ورودی آنها را افزایش داده که این کار باعث افزایش نویز کوانتیزاسیون می‌شود [۲]. مشکل دوم کاهش کارایی تقویت کننده RF در فرستنده است. در صورت بالا بودن نسبت قله به میانگین توان در سیگنال ارسالی، اگر توان متوسط را قبل از ارسال کاهش دهیم، به استفاده ناکارآمد از تقویت کننده و افزایش احتمال خطا در گیرنده می‌انجامد؛ در غیراین صورت چون قله توان سیگنال از ناحیه خطی تقویت کننده بالاتر می‌رود، سیگنال ارسالی دچار اعوجاج می‌شود. مشکل PAPR بالا از زمانی که OFDM در استانداردهای مهم مخابراتی مورد استفاده قرار گرفت؛ توجه بسیاری را جلب کرده است. در دهه اخیر مشکل PAPR در سیستم های OFDM توسط روش های متفاوتی شامل روش های کدگذاری [۳]، تزریق تن [۴]، نگاشت انتخابی [۵]، روش های تزریق فاز تصادفی [۶] و غیره حل شده است. ما در این مقاله روش فاز تصادفی بهنگام شده (Random phase updating) را که از گروه روش های تزریق فاز تصادفی است؛ با اعمال تبدیل گسسته کسینوسی (DCT) بهبود دادیم.

۲- روش فاز تصادفی بهنگام شده

نیکوکار در مقاله [۸] روشی به نام فاز تصادفی بروزرسانی شده (Random phase updating) جهت کاهش PAPR ارائه نمودند، مزیت روش ذکر شده این است که یک ارتباط مستقیم بین واریانس توان و PAPR برقرار کرده است و سپس بقیه محاسبات را بر مبنای واریانس توان انجام داده و پیچیدگی محاسبات را بخاطر اینکه واریانس توان قبل از بلوک IFFT قابل محاسبه است، پایین می‌آورد. به دلیل اهمیت بالای این روش، تکنیک مذکور به طور مفصل در زیر آورده شده است: یک سیگنال OFDM را می‌توان به صورت زیر نوشت [۹]:

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{M-1} b_m(i) e^{j2\pi(m/T)(t-iT)} p(t-iT) \quad (1)$$

که در اینجا T پریود زمانی سمبل OFDM است، $b_m(i)$ مقدار سمبل در m امین حامل، در فاصله ی زمانی iT است که برای BPSK می‌تواند ± 1 باشد. $p(t)$ نیز یک تابع مثلث با دامنه ی ۱ و پریود زمانی T است. M تعداد حامل‌ها می‌باشد. سیگنال OFDM در فرمول (۱)، در بازه ی زمانی $0 \leq t \leq T$ به صورت زیر قابل تعریف است [۹]:

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} b_m e^{j2\pi(m/T)t} \quad (2)$$

توان $s(t)$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$p(t) = |s(t)|^2 = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} b_m b_n^* e^{j(2\pi(m-n)/T)t} \quad (3)$$

مقدار PAPR برای یک سیگنال اصلی OFDM طبق رابطه زیر دست می‌آید [۸]:

$$PAPR = \frac{\text{Max}\{p(t)\}}{\text{Mean}\{p(t)\}} \quad (4)$$

تغییرات لحظه ای توان سیگنال OFDM نسبت به میانگین، طبق رابطه (۵) بدست می‌آید [۸]:

$$\Delta p(t) = p(t) - E[p(t)] \quad (5)$$

که می‌توان واریانس توان (PV) سیگنال OFDM را، که با نماد ρ نشان می‌دهند، اینگونه نوشت [۸]:

$$\rho = \frac{1}{T} \int_0^T (\Delta p(t))^2 dt = \sum_{i=1}^{M-1} |R_{bb}(i)|^2 \quad (6)$$

$R_{bb}(i)$ در حقیقت تابع اتوکرولیشن (autocorrelation) دنباله های b_m است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۸]:

$$R_{bb}(i) = \sum_{m=0}^{M-1-i} b_m b_{m+i}^* \quad (7)$$

واریانس توان سیگنال (ρ)، یک معیار خوب برای اندازه گیری PAPR است. PAPR و ρ طبق رابطه زیر با هم ارتباط دارند [۹]:

$$Q\left(\frac{PAPR - 1}{\sqrt{\rho}}\right) + Q\left(\frac{1}{\sqrt{\rho}}\right) = \beta \quad (8)$$

در رابطه فوق β احتمال این است که $p(t)$ کوچکتر یا مساوی با p_{\max} باشد، را نشان می‌دهد و تابع $Q(y)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_y^{\infty} e^{-u^2/2} du \quad (9)$$

از معادله (۸) به این نتیجه می‌رسیم که برای یک مقدار ثابت β ، PAPR و واریانس توان (ρ) با هم رابطه مستقیم دارند. یکی از مزیت های روش فاز تصادفی بهنگام شده، استفاده از این نکته کلیدی می‌باشد، زیرا واریانس توان بر خلاف مقدار PAPR، قبل

از بلوک IFFT محاسبه شده که این امر باعث کاهش پیچیدگی محاسبات می‌شود.

در روش فاز تصادفی تصادفی بهنگام شده، بعد از تزریق فاز به زیر حامل‌ها، می‌توان باتوجه به رابطه (۲)، سیگنال OFDM جدید را، به صورت زیر نوشت [۹]:

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} b_m e^{j2\pi((m/T)t + \varphi_m)} \quad (10)$$

در این رابطه عبارت $2\pi\varphi_m$ مقدار فاز اضافه شده به زیر حامل m ام است. اضافه نمودن فاز تصادفی به هر زیر حامل، می‌تواند واریانس توان سیگنال OFDM را تغییر دهد.

۳- تبدیل گسسته کسینوسی (DCT)

تبدیل گسسته ی کسینوسی یک تبدیل معکوس پذیر است [۱۰]. این تبدیل، برداری را به عنوان ورودی گرفته و تبدیل فوریه ی گسسته کسینوسی آن را ایجاد می‌کند. این کار موجب کاهش خود همبستگی دنباله ی ورودی و در نتیجه کاهش PAPR می‌شود [10].

تبدیل گسسته ی کسینوسی به صورت معادله ی (11) تعریف می‌شود:

$$y(k) = w(k) \sum_{n=1}^N x(n) \cos\left(\frac{\pi(n-1)(k-1)}{2N}\right), \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

در این رابطه $w(k)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

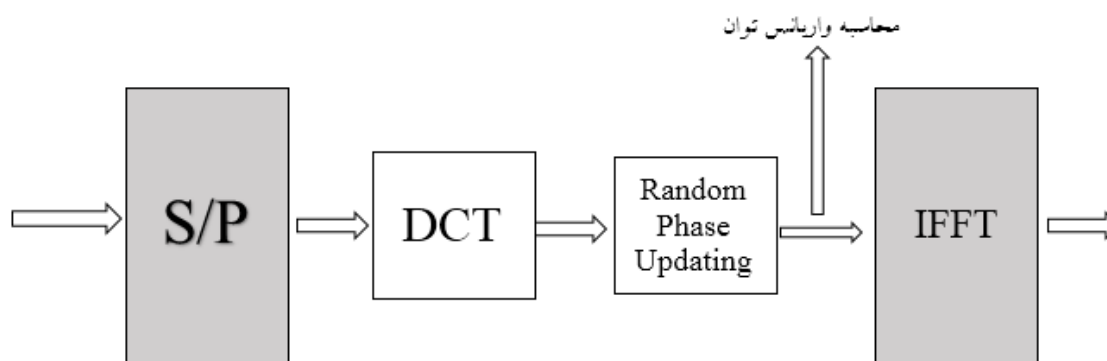
$$w(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}, & k = 1 \\ \sqrt{\frac{2}{N}}, & 2 \leq k \leq N \end{cases}$$

تبدیل گسسته کسینوسی به دلیل اینکه همبستگی بین سمبل ها را کاهش می‌دهد؛ باعث کاهش مقدار PAPR می‌شود.

۴- ادغام روش فاز تصادفی بهنگام شده و تبدیل گسسته کسینوسی (DCT)

وجود یک روش کمکی که بتواند در کنار تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده؛ ضمن کاهش پیچیدگی محاسبات، درصد PAPR را به مقدار قابل توجهی کاهش دهد، احساس می‌شود. یکی از کارهای مهم که در این مقاله بررسی کرده ایم؛ این است که قبل

از اینکه به سیستم، فاز تزریق شود؛ از خروجی زیر حامل‌ها؛ تبدیل گسسته کسینوسی (DCT) گرفته شده است (این کار باعث می‌شود تا همبستگی بین سمبل‌ها کمتر و به سبب آن؛ واریانس توان بیشتری کاهش یابد)، سپس تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده را بر روی زیرحامل‌های جدید، اعمال نمودیم. این کار باعث می‌شود که اولاً مقدار PAPR، نسبت به تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده؛ به مقدار بیشتری کاهش یابد؛ ثانیاً تعداد تکرارهای مورد نیاز برای رسیدن به واریانس توان آستانه، بطور مطلوبی کم شود، ثالثاً "مقدار BER کاهش یابد. بلوک دیاگرام ادغام روش فاز تصادفی بهنگام شده و تبدیل DCT در شکل ۱ آورده شده است.



شکل ۱: دیاگرام بلوکی ادغام روش فاز تصادفی بهنگام شده و تبدیل DCT

۴-۱ نتایج شبیه سازی

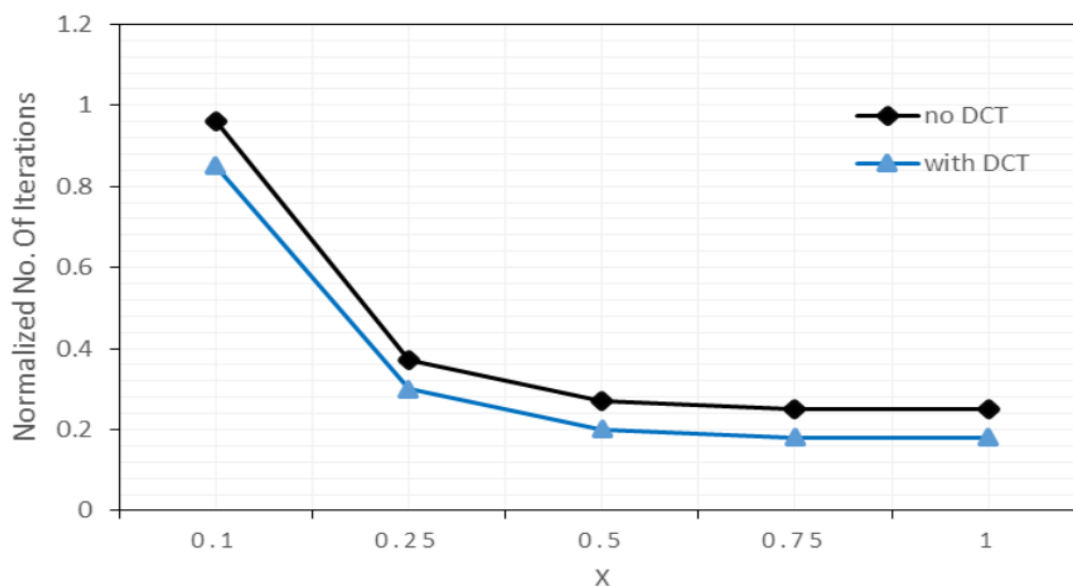
- ✓ نوع سیستم: OFDM استاندارد IEEE802.16
- ✓ نوع DCT: نوع دوم (DCT2)
- ✓ تعداد زیر حامل‌ها: ۲۵۶ زیرحامل
- ✓ تعداد پایلوت: ۸
- ✓ طول پیشوند چرخشی: ۳۲
- ✓ پهنای باند: ۱ mhz
- ✓ فرکانس نمونه برداری: ۸ mhz
- ✓ فرکانس حامل: ۲ mhz
- ✓ نوع مدولاسیون: BPSK
- ✓ نوع کانال: AWGN
- ✓ ضریب نمونه برداری افزایشی: ۲
- ✓ روش تولید فاز رندوم: استفاده از تابع توزیع تصادفی یکنواخت (Unifrnd)

در شبیه سازی های انجام شده زیر نشان می‌دهیم که با ادغام روش فاز تصادفی بهنگام شده و تبدیل DCT در یک سیستم OFDM، پارمترهای "تعداد تکرارهای مورد نیاز برای رسیدن به واریانس توان آستانه"، "مقدار PAPR" و "نرخ خطای بیت دریافتی (BER)" بهبود می‌یابند.

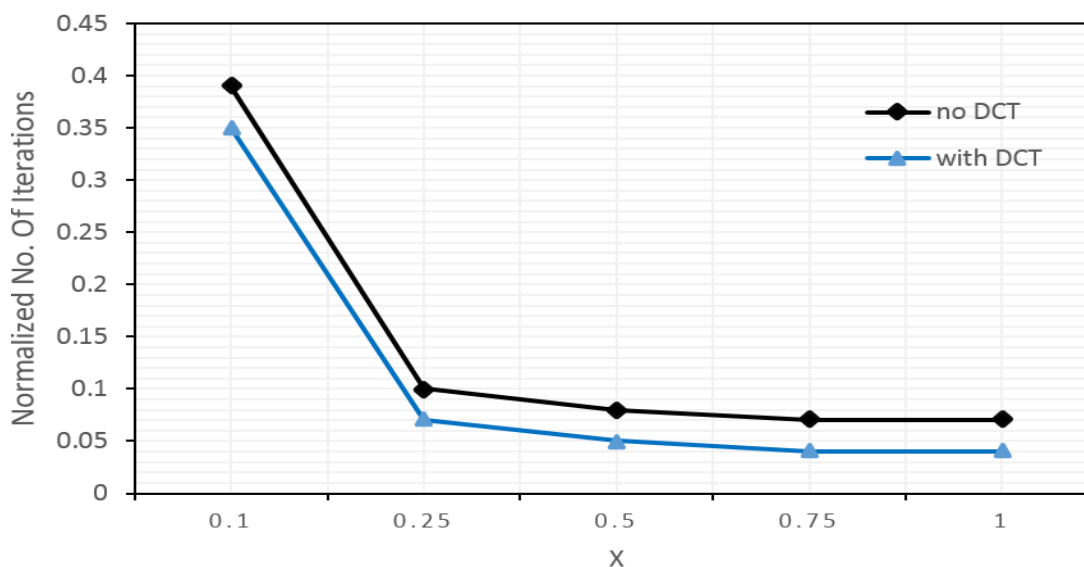
۴-۱-۱ - کاهش تعداد تکرارهای مورد نیاز برای رسیدن به واریانس توان آستانه

نتایج شبیه سازی در شکل های ۲ الی ۵ نشان می دهد که استفاده از تبدیل DCT در کنار روش فاز تصادفی بهنگام شده، باعث کاهش تعداد تکرارهای مورد نیاز برای رسیدن به واریانس توان آستانه می گردد. این شبیه سازی برای واریانس های توان آستانه ۱۰، ۱۲، ۱۵ و ۲۲ دسیبل انجام شده است.

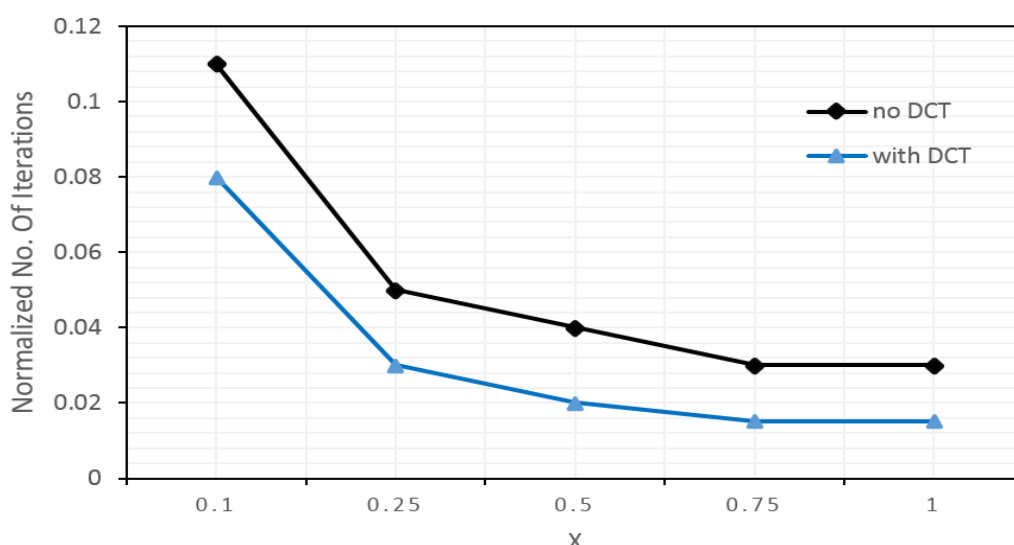
Threshold=10



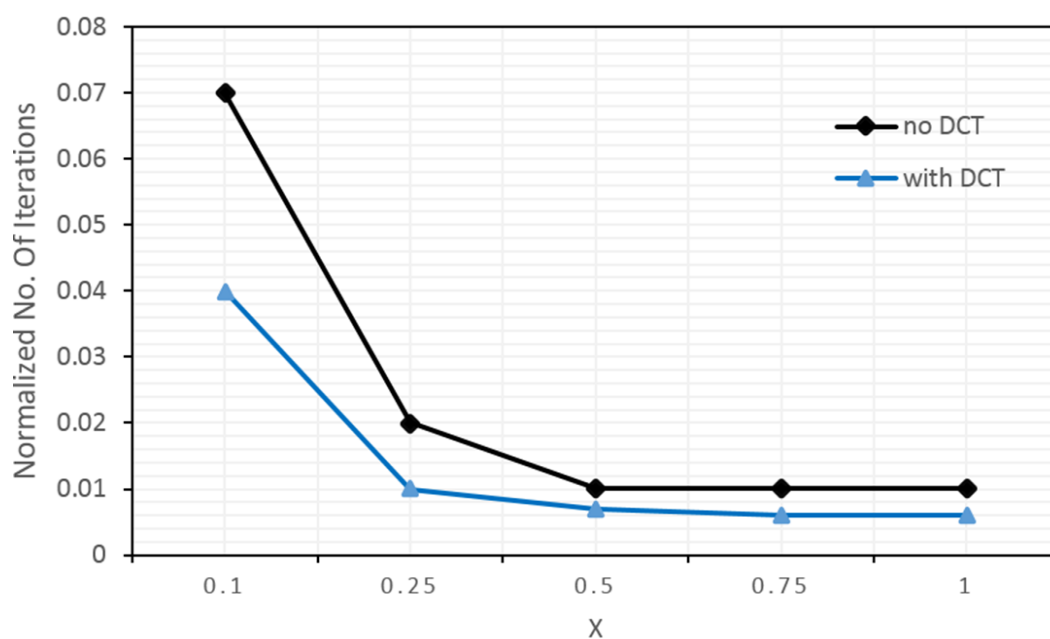
Threshold=12



Threshold=15



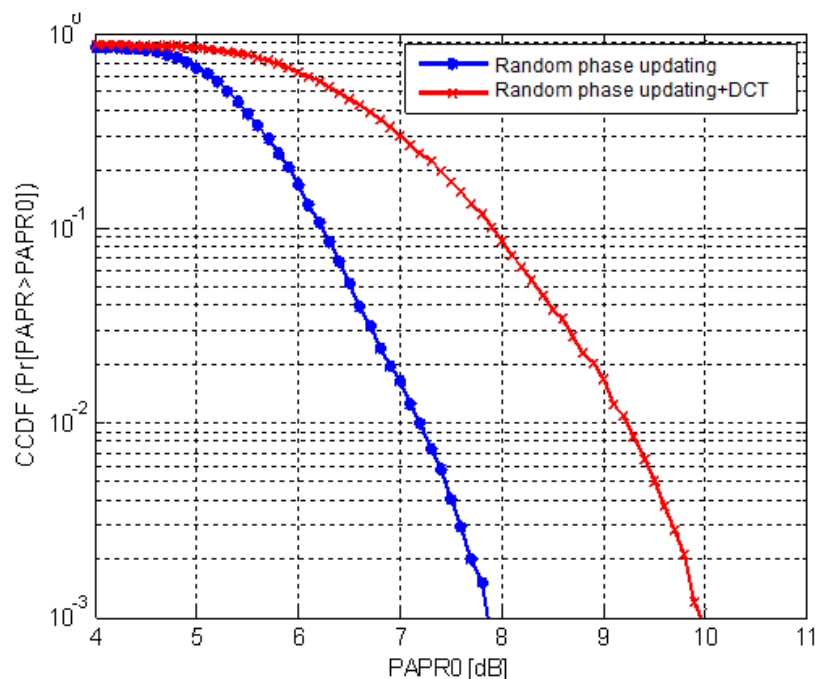
Threshold=22



شکل ۱۲ الی ۵: نمودار اعمال تبدیل گسسته کسینوسی در کنار روش فاز تصادفی بهنگام شده، برای رسیدن به آستانه واریانس توان مختلف

۴-۲-۱ - کاهش مقدار PAPR

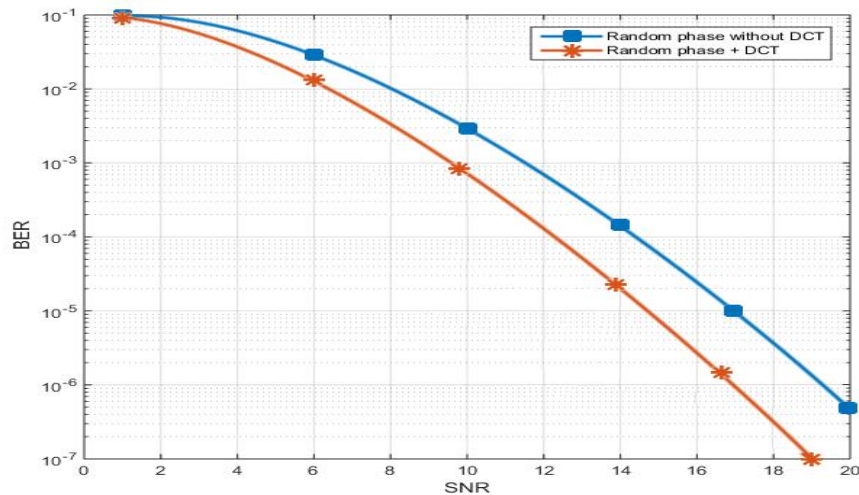
از معادله (۸) به این نتیجه رسیده بودیم که PAPR و واریانس توان (ρ) با هم رابطه مستقیم دارند بنابراین با کاهش واریانس توان، PAPR کاهش میابد. باتوجه به اینکه در قسمت قبل نشان دادیم استفاده از تبدیل DC در کنار روش فاز تصادفی بهنگام شده، باعث کاهش بیشتر واریانس توان شده لذا مقدار PAPR هم با این تکنیک بیشتر کاهش میابد (به مقدار ۱,۸ db بیشتر کاهش میابد)، این موضوع باتوجه به نمودار CCDF که در شکل ۶ آورده شده، قابل مشاهده است.



شکل ۶: مقایسه کاهش PAPR در روش فاز تصادفی بهنگام شده با/بدون استفاده از تبدیل DCT

۴-۱-۲ - بهبود نرخ خطای بیت (BER)

برای انتقال یک سیگنال از طریق یک کانال مخابراتی بیسیم، نیاز است که سیگنال ارسالی به اندازه مطلوبی در فرستنده تقویت شود. اگر PAPR در یک سیستم OFDM بالا باشد؛ چون تقویت کننده های توان رنج خطی محدودی دارند، نمی توانیم توان سیگنال را به اندازه مطلوب بالا ببریم. بنابراین عدم تقویت مناسب سیگنال و تضعیف سیگنال انتقالی در سیستم بیسیم، باعث می شود که BER در گیرنده بالا برود. چون در روش ترکیبی فاز تصادفی بهنگام شده به همراه تبدیل DCT؛ شاهد کاهش موثر PAPR بودیم؛ در نتیجه BER نیز بطور مطلوبی کاهش پیدا نمود. در شبیه سازی انجام شده در شکل ۷ مشاهده می شود که BER سیستم به مقدار ۲,۱db نسبت به تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده (بدون استفاده از تبدیل DCT)، کاهش یافته است.



شکل ۷: مقایسه کاهش PAPR در روش فاز تصادفی بهنگام شده با / بدون استفاده از تبدیل DCT

۵- نتیجه‌گیری

استفاده از تبدیل DCT در کنار تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده باعث می‌شود:
 اولاً: "واریانس توان و به تبعیت آن مقدار PAPR، نسبت به تکنیک فاز تصادفی بهنگام شده بیشتر کاهش یابد.
 ثانیاً: "تعداد تکرارها برای رسیدن به مقادیر مختلف آستانه توان؛ به اندازه کافی پایین آید.
 ثالثاً: "استفاده از این تکنیک ترکیبی باعث بهبود در BER سیستم شده‌است.

۶ - مراجع

- [1] R. Chadha, N. S. Satam, B.R. Balla, "Orthogonal Frequency Division Multiplexing and its Applications," International Journal of Science and Research (IJSR), India Online ISSN: 2319-7064 Volume 2 Issue 1, Jan. 2013.
- [2] T. Hwang, C. Yang, G. Wu, S. Li & G. Y. Li, "OFDM and Its Wireless Applications: A Survey," IEEE Trans., Vol. 58, No.4, May 2009.
- [3] A.K. Jagannatham, Online Lecture, and Topic: "OFDM" Faculty of Electrical Engineering, Indian Institute of Technology Kanpur, Kanpur, Uttar Pradesh, retrieved online.
- [4] Jiang, T.; and Wu, Y. (2008). An overview: peak-to-average power ratio reduction techniques for OFDM signals. IEEE Transactions on Broadcasting, 54(2), 257-268.
- [5] W. Yi, G. Linfeng "An Investigation of Peak-to-Average Power Reduction in MIMOOFDM Systems," Oct. 2009. Md. Ibrahim Abdullah et.al, "Comparative Study of PAPR Reduction Techniques in OFDM", ARPN journal of system and software, vol. 1, no. 8, pp 263-269, Nov 2011.
- [6] Komal Gupta ET. al., "PAPR reduction of OFDM using a new phase sequence in SLM technique", IJAEEEE, vol-2, issue-2, and pp: 125-109, 2013.
- [7] Komal Gupta et.al, "PAPR reduction of OFDM using a new phase sequence in SLM technique", IEEE, vol. 2, no. 2, pp. 125-129, year 2013.
- [8] Nikookar, H., and Lidsheim, k.S., "Random phase updating algorithm for OFDM transmission with low PAPR", IEEE Transaction on Broadcasting, Vol.48, Jun 2002.
- [9] H. Nikookar and R. Prasad, "Weighted multicarrier modulation for peak-to average power reduction" , IEICE Trans. Commun., vol. E83-B, Aug. 2000.
- [10] Zhongpeng Wang " combined DCT and companding for PAPR reduction in OFDM signals" , journal of signal and information processing, 2011,2,100-104.